COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 11 JANVIER 1858.

PRÉSIDENCE DE M. DESPRETZ.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le Ministre de l'Instruction publique transmet une ampliation du décret impérial qui confirme la nomination de *M. Ch. Sainte-Claire Deville* à la place vacante, dans la Section de Minéralogie et de Géologie, par suite du décès de *M. Dufrénoy*.

Il est donné lecture de ce décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. Ch. Sainte-Claire Deville vient prendre place parmi ses confrères.

GÉOMÉTRIE. — *Note sur la théorie des polyèdres; par* M. Poinsot.

« 1. On peut réduire toute cette théorie à celle des polyèdres dont toutes les faces sont de simples *triangles*. En effet, s'il y a des faces polygonales de plus de trois côtés, menez, dans chaque polygone, et à partir de l'un de ses sommets, les diagonales qui partagent ce polygone en triangles, et vous n'aurez plus qu'un polyèdre à faces triangulaires.

» 2. Un polyèdre ne sera donc pour nous qu'un enchaînement de triangles dont chacun se lie à un autre par un côté commun, et dont l'ensemble forme une surface fermée de toutes parts : surface que je ne suppose point d'ailleurs ce que l'on appelle *convexe*, mais telle que l'on voudra, et qui par conséquent pourrait être traversée par une même droite en un nombre quelconque de points.

» 3. Dans ce réseau de triangles, dont chacun fait une *face* du polyèdre, comme chaque triangle est lié à un autre contigu par le côté qui leur est commun, on voit que des triangles pris au hasard ne sont pas propres à former un polyèdre par leur assemblage. Car si vous prenez un premier triangle à volonté, il en faut déjà trois autres dont chacun puisse s'unir avec lui par un côté commun : etc.

» 4. Le côté commun à deux faces consécutives forme ce qu'on appelle une *arête* du polyèdre.

» Chaque arête appartient donc à deux faces et n'appartient qu'à deux.

» 5. Les divers points où se réunissent les extrémités de plusieurs arêtes sont les *sommets* du polyèdre.

» C'est autour de ces sommets que les angles des faces s'assemblent pour former les *angles solides ;* et comme il faut toujours au moins trois angles plans pour faire un angle solide, il n'y a pas de sommet d'où ne partent au moins trois arêtes.

» 6. Si l'on fait le compte de toutes les faces du polyèdre, on en conclut aisément le nombre de toutes les arêtes ; car chaque face contient trois arêtes, mais comme chaque arête appartient à deux faces, si l'on comptait trois arêtes pour chaque face, la même arête se trouverait comptée deux fois ; donc si l'on nomme H le nombre des faces, et A celui des arêtes, on aura l'égalité

$$3H = 2A. \qquad (1)$$

» 7. De plus, si l'on nomme S le nombre des sommets, et qu'on le compare à celui des faces, on découvre entre ces deux nombres la relation suivante :

$$2S - H = 4. \qquad (2)$$

» Et en effet, du polyèdre proposé ôtez un sommet avec les h faces triangulaires qui s'y rassemblent ; et dans le multilatère (plan ou gauche), que forment les bases de ces h triangles, menez à partir de l'un quelconque de ses sommets, les $h - 3$ diagonales qui le partagent en $h - 2$ triangles, il vous restera un polyèdre à faces triangulaires qui aura un sommet de moins, et deux faces de moins que le proposé : car d'un côté vous aurez supprimé h faces, et de l'autre vous en aurez ajouté $h - 2$. Donc, puisqu'en ôtant un sommet vous ôtez deux faces, il y a toujours dans un polyèdre quelconque, entre les deux nombres $2S$ et H, la même différence qu'entre les nombres correspondants dans le polyèdre dérivé qui a un sommet de moins ; et par conséquent en descendant de proche en proche, il y a la même différence

que dans le simple tétraèdre. Or ici on a

$$S = 4, \quad H = 4 \quad \text{et} \quad 2S - H = 4,$$

ce qui démontre l'équation (2).

» **8.** De ces deux équations (1) et (2), on peut tirer ces deux-ci :

$$A = 3S - 6, \qquad (a)$$

$$S + H = A + 2, \qquad (b)$$

équations que l'on pourrait aussi démontrer d'une manière directe, comme on l'a fait pour les précédentes.

» **9.** Les équations (1), (2), et la suivante (a), ne conviennent qu'aux polyèdres à *faces triangulaires;* mais la quatrième (b)

$$S + H = A + 2,$$

convient aux polyèdres à faces quelconques : car, en supposant que deux ou plusieurs faces triangulaires consécutives viennent à se réunir en une seule *quadrangulaire* ou polygonale, on comptera d'un côté une ou plusieurs faces de moins, et de l'autre côté autant d'arêtes de moins, et l'équation précédente ne sera point troublée.

» On remarquera ici que cette équation (b), qu'Euler a démontrée le premier, n'a pas seulement lieu pour les polyèdres *convexes,* comme on paraît le croire, mais pour des polyèdres d'une espèce quelconque.

Des polyèdres dont tous les angles solides sont d'un même degré q *de multiplicité.*

» **10.** Dans un polyèdre de cette nature, on suppose donc qu'il y a le même nombre q d'arêtes aboutissant à chaque sommet ; mais si l'on comptait autant de fois q arêtes qu'il y a de sommets, comme chaque arête appartient à deux sommets, chaque arête se trouverait comptée deux fois : donc le nombre qS est double de celui des arêtes, et l'on a nécessairement

$$qS = 2A = 6S - 12,$$

d'où l'on tire

$$S = \frac{12}{6-q};$$

q ne peut être au-dessous de 3; faisant donc $q = 3$, on trouve $S = 4$; faisant ensuite $q = 4$, on trouve $S = 6$; faisant ensuite $q = 5$, on trouve $S = 12$.

» **11.** Il n'y a donc qu'un seul polyèdre à faces triangulaires qui puisse avoir tous ses angles solides *triples;* c'est le *tétraèdre.*

» Il n'y en a qu'un seul qui puisse avoir tous ses angles *quadruples ;* c'est l'*octaèdre.*

» Et enfin un seul qui puisse avoir tous ses angles *quintuples;* c'est l'*icosaèdre.*

» **12.** Si l'on fait $q = 6$, on trouve S *infini;* et $q > 6$ donne S *négatif*, ce qui ne peut plus répondre à aucun polyèdre.

» Il ne peut donc y avoir aucun polyèdre qui ait tous ses angles *sextuples ;* et encore moins tous ses angles *septuples*, etc.

» **13.** On peut démontrer encore que dans tout polyèdre à faces *triangulaires*, il se trouvera toujours au moins un angle solide qui sera ou *triple*, ou *quadruple*, ou *quintuple*. Il serait impossible qu'il n'y eût pas dans le polyèdre quelque angle solide de l'un ou l'autre de ces degrés de multiplicité. Car soit, s'il est possible, un polyèdre qui n'ait que des angles solides d'un degré supérieur à 5. Soit i le nombre des angles sextuples, j celui des septuples, u celui des octuples, etc. On aurait

$$6i + 7j + 8u + \ldots = 2A = 6S - 12;$$

d'où, à cause de

$$i + j + u + \ldots = S,$$

on tirerait

$$j + 2u + \ldots = -12,$$

ce qui est impossible, puisque u, j, etc., sont des nombres essentiellement *positifs*.

» **14.** Tout ce qu'on vient de dire sert à bien préciser la définition d'un polyèdre à faces *triangulaires*. Ce qu'on entend par un tel polyèdre n'est donc qu'une chaîne continue et fermée d'un certain nombre de triangles dont chacun se lie à un autre par un côté commun : chaque côté ou *arête* n'appartient qu'à deux de ces triangles auxquels on donne le nom de *faces:* de manière que si, dans cette figure, formée par toutes les arêtes, on trouvait plus de deux triangles appuyés sur une même arête, il n'y aurait que deux de ces triangles comptés au nombre des faces du solide; les autres n'en feraient point partie.

» De cette manière, S désignant le nombre des *sommets*, il y a précisément $3S - 6$ *arêtes* et $2S - 4$ *faces*, ni plus ni moins.

» **15.** A chaque sommet appartient un angle solide formé par les angles *plans* des faces triangulaires qui s'y rassemblent.

» L'angle que deux faces consécutives font ensemble autour de la com-

mune arête se nomme angle *dièdre*, et l'on ne compte pas plus d'angles dièdres dans la figure qu'il n'y a d'*arêtes*.

» Comme deux faces consécutives font entre elles deux angles dont l'un est le supplément de l'autre à quatre angles droits, si l'on veut se faire une idée nette de ceux qui forment ensemble les angles dièdres du solide, voici ce que l'on peut imaginer.

» Considérez un plan indéfini qui soit actuellement appliqué sur une des faces du solide; dans ce plan, distinguez deux sens ou deux côtés, le gauche et le droit, et, pour mieux faire image, supposez-les différemment colorés, par exemple, le côté gauche en noir et le droit en blanc. Si vous pliez d'abord ce plan sur une des arêtes de la face qu'il contient, jusqu'à ce que le reste du plan s'applique sur la face adjacente, si vous pliez ensuite le même plan sur une des deux arêtes nouvelles de cette face jusqu'à ce qu'il s'applique sur la face suivante, et ainsi de suite, vous aurez reformé le polyèdre proposé. Mais alors vous pouvez distinguer dans la figure $3S-6$ angles dièdres compris entre couleurs blanches, et $3S-6$ angles dièdres compris entre couleurs noires. Or les angles dièdres du polyèdre seront, ou les premiers, ou les seconds, comme on voudra.

» **16**. Cela posé, on doit nommer polyèdre *convexe*, celui qui a ses angles dièdres tous *inférieurs* à deux angles droits; ou bien encore, tous *supérieurs*, car alors les suppléments respectifs de ces angles à quatre droits sont tous inférieurs à deux droits, et en prenant ces suppléments pour les angles dièdres du solide, ce qui est permis, on retombe dans le premier cas.

» Il n'y a donc de polyèdres *non convexes* que ceux qui ont leurs angles dièdres en partie inférieurs, en partie supérieurs à deux angles droits.

» Telle est la définition générale et précise de la *convexité* dans les polyèdres. Elle ne suppose point que la surface du polyèdre ne puisse être coupée par une droite en plus de deux points, condition qui est d'abord un peu vague, en ce qu'elle demanderait pour ainsi dire une infinité d'essais pour reconnaître si la figure est convexe ou non, et qui ensuite a le défaut essentiel d'être beaucoup trop restreinte : car un polyèdre peut avoir sa surface coupée par une même droite en plus de deux points, il peut avoir des faces qui se traversent actuellement, et présenter ainsi aux yeux des cavités et des saillies, sans cesser d'être *convexe* dans la rigoureuse acception de la convexité (*).

(*) Voyez d'ailleurs sur ce point notre ancien Mémoire sur les polyèdres inséré au tome II

» **17.** Voilà des principes qu'il ne faut pas perdre de vue, car, dans les Eléments de la Géométrie où l'on s'arrête à cette définition restreinte que je viens de rappeler ci-dessus, certains théorèmes qu'on démontre sur les polyèdres nommés *convexes*, ont également lieu pour des polyèdres qui ne rentrent point du tout dans la définition sur laquelle on s'appuie; de sorte que les démonstrations étant fondées sur cette définition, sont à peu près vaines, puisqu'elles supposent une condition particulière d'où le théorème ne dépend point. Ces démonstrations sont donc à refaire, et ne peuvent être cherchées que dans des principes plus généraux.

» Ainsi, par exemple, on peut démontrer que *tout polyèdre construit sur* S *points comme sommets est invariable de figure, par la seule condition de l'invariabilité qu'on supposerait à chacune des lignes droites qui forment ses* 3S — 6 *arêtes*.

» Quand le polyèdre a quatre sommets, les arêtes sont au nombre de six et forment précisément toutes les distances mutuelles qui existent entre les quatre points; et, dans ce cas, le théorème est évident.

» Quand le nombre S des sommets est supérieur à quatre, le nombre $\frac{S(S-1)}{2}$ de leurs distances mutuelles est supérieur au nombre 3S — 6 des arêtes du solide : et c'est, pour le dire en passant, ce qui donne lieu à la possibilité de construire, sur ces mêmes points comme sommets, plusieurs polyèdres de formes différentes. Mais alors toutes les distances mutuelles des S points sont, comme on le sait (*), déterminables par les 3S — 6 d'entre elles qui forment actuellement les arêtes du polyèdre construit; et, par conséquent, ce polyèdre, quel qu'il soit, est aussi *roide* ou invariable, que si toutes les distances mutuelles (dont une partie seulement figure dans les arêtes) étaient toutes invariables de longueur.

» **18.** Ce qui rend cette théorie des polyèdres très-difficile, c'est qu'elle tient essentiellement à une science, presque encore neuve, que l'on peut nommer *géométrie de situation*, parce qu'elle a principalement pour objet, non pas la grandeur ou la proportion des figures, mais l'ordre et la situation des éléments qui les composent.

» Quoi qu'il en soit, n'oublions pas ici de rappeler encore que tout ce

---

des *Mémoires des Savants étrangers*, et au tome IV du *Journal de l'École Polytechnique* (10e cahier).

(*) On peut consulter à ce sujet un Mémoire de Carnot : *Sur la relation qui existe entre les distances respectives de cinq points quelconques pris dans l'espace*. Paris, in-4°; 1806.

qu'on vient de dire s'applique à des polyèdres quelconques, convexes ou non convexes, et qu'il en est de même de ce que nous allons ajouter.

Comment on peut classer les polyèdres.

» **19.** D'après les équations (1) et (2) établies plus haut entre les trois nombres S, H et A, qui répondent aux nombres respectifs des *sommets*, des *faces* et des *arêtes* d'un polyèdre, on voit que si un de ces nombres est donné, les deux autres sont connus, et que par conséquent on peut employer, pour marquer l'ordre d'un polyèdre, ou le nombre des sommets, ou celui des faces, ou celui des arêtes, comme on le voudra.

» Et, par exemple, en prenant pour l'ordre du polyèdre le nombre H des faces, ce qui s'accorde d'ailleurs avec la dénomination ordinaire de ces figures qu'on nomme *polyèdres*, c'est-à-dire à *plusieurs faces*, on pourra naturellement classer les polyèdres en les considérant comme étant des différents ordres marqués par les nombres pairs

H......4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, etc.,

ce qui renferme tous les polyèdres possibles, car il n'y en a point d'aucun nombre *impair* de faces, ni du nombre pair inférieur à 4. On aura donc pour tous les polyèdres de divers ordres :

Le *tétraèdre*, l'*hexaèdre*, l'*octaèdre*, le *décaèdre*, le *dodécaèdre*, *etc.*

» **20.** *Le tétraèdre.*—Le plus simple de tous est le tétraèdre, qui a 4 faces, 4 sommets et 6 arêtes; et ce polyèdre est *unique*, je veux dire que, sur les mêmes quatre sommets, on ne peut pas construire deux tétraèdres différents.

» Mais il n'en est pas de même pour les ordres supérieurs; car sur les cinq sommets d'un hexaèdre on peut construire dix hexaèdres différents : et de même, pour l'octaèdre, etc.

» Voilà donc, dans chacun de ces ordres, plusieurs *espèces* de polyèdres ayant les mêmes sommets, mais avec des faces et des arêtes différentes, quoique les nombres H et A soient les mêmes pour tous. Il est bien aisé de voir, en effet, que des points en nombre S supérieur à 4 peuvent être unis par un réseau de faces triangulaires de plusieurs manières différentes, et il serait facile de trouver de combien de manières la construction peut se faire. Mais, sans entrer ici dans cette énumération des espèces de polyèdres d'un même nombre de sommets, il faut voir d'abord si dans chaque *ordre* de

polyèdres, il y a toujours au moins une espèce où le polyèdre soit ce que je nommerai *simple* ou *primitif*, je veux dire tel qu'il ne puisse pas être vu comme s'il était formé par la réunion de plusieurs polyèdres d'ordres inférieurs qu'on aurait juxtaposés par quelques faces communes.

» On a vu que le *tétraèdre* est *simple*, puisqu'il n'existe pas de polyèdre d'un ordre inférieur à *quatre*; et il est clair aussi que ce tétraèdre est unique, puisqu'il n'y a évidemment qu'une manière d'enchaîner quatre points par quatre triangles, ou par six arêtes, lesquelles forment toutes les distances mutuelles possibles de ces quatre points.

» **21**. *L'hexaèdre.* — Mais l'*hexaèdre*, qui a 5 sommets et 9 arêtes, n'est pas un polyèdre simple; car il est évident que, de quelque manière qu'on s'y prenne pour lier cinq points par six triangles, on ne trouvera jamais qu'une figure formée par la réunion de deux tétraèdres appuyés l'un sur l'autre par une face commune. Il n'y a donc point de figure polyédrale à cinq sommets qu'on puisse regarder comme simple ou primitive; il n'y a point de véritable hexaèdre *primitif* à faces triangulaires.

» **22**. *L'octaèdre.* — Passons à l'*octaèdre* ou polyèdre à 6 sommets. Un véritable octaèdre *simple* ne doit avoir aucun de ses angles solides *triple*, sans quoi ce ne serait point un polyèdre simple, mais la réunion d'un tétraèdre et d'un hexaèdre joints ensemble par une base commune. Chacun des angles solides doit donc être au moins *quadruple;* mais alors tous sont quadruples, car en les supposant tels, on trouve déjà 12 pour le nombre de toutes les arêtes, ce qui fait le nombre exact des arêtes de tout octaèdre possible.

» Il y a donc un *octaèdre simple* ou *primitif*, et cet octaèdre simple, qui a tous ses angles *quadruples*, est *unique*.

» **23**. *Le décaèdre.* — Considérons maintenant le polyèdre à 7 sommets, 10 faces et 15 arêtes; c'est le *décaèdre;* et voyons s'il y en a de *primitifs*.

» Écartant toujours le cas des angles triples, ce qui ferait rentrer le polyèdre dans un corps composé, le solide simple dont il s'agit ne peut avoir que des angles quadruples, quintuples et sextuples. Or il est impossible qu'il y ait aucun angle solide *sextuple*. Car soit M cet angle solide où se réuniraient six faces triangulaires, et considérez l'hexagone ABCDEG formé par les six bases de ces triangles; il faudrait que sur le côté AB, par exemple, où s'appuie la face MAB, il se trouvât encore un autre triangle appuyé M'AB, pour former avec le premier les deux faces triangulaires dont la commune arête est AB. Or le sommet M' de ce second triangle ne peut plus tomber que sur un des sommets restants C, D, E, G de l'hexagone; soit par exemple E

ce sommet, de sorte que EAB forme avec MAB les deux faces appuyées sur la même arête AB; on verrait le tétraèdre MABE, et par conséquent le décaèdre serait *composé*, ce qui est contre l'hypothèse. Il est donc impossible que dans le décaèdre *simple* ou *primitif* il y ait aucun angle solide *sextuple*.

» Restent donc seulement les *quadruples* avec les *quintuples*, puisque les angles triples sont écartés.

» Or soit i le nombre des *quadruples* et j celui des *quintuples*. En faisant le compte des arêtes autour de chaque sommet, on trouvera $4i + 5j$ qui fera le double de ces arêtes, et par conséquent ici le nombre 30; ainsi l'on aura

$$4i + 5j = 30$$

et

$$i + j = 7,$$

d'où l'on tire

$$i = 5 \quad \text{et} \quad j = 2.$$

» Le décaèdre primitif, s'il est possible, a donc nécessairement 2 angles *quintuples* et 5 *quadruples*; or ce solide existe réellement, et peut sur-le-champ se construire. Car d'un sommet quelconque menez des arêtes à cinq quelconques des six autres sommets, ce qui donne d'abord une pyramide terminée par un contour pentagonal; et ensuite du sommet qui n'a pas encore été employé, menez les cinq arêtes aux angles de ce pentagone, et vous aurez évidemment un décaèdre à 2 angles quintuples et 5 quadruples.

» Vous voyez d'ailleurs que sur les mêmes 7 sommets vous pouvez construire autant de décaèdres de la même nature qu'il y a de manières de prendre 7 points deux à deux. Mais à ne considérer que le degré des angles solides, cela ne fait au fond qu'une seule espèce de décaèdre primitif, car ils ont tous 2 angles solides quintuples et 5 angles quadruples.

» **24.** Le *dodécaèdre*. — Venons maintenant au *dodécaèdre* ou polyèdre à 12 *faces*, 8 *sommets* et 18 *arêtes*, et voyons quels sont les *dodécaèdres primitifs*.

» On démontre d'abord, comme plus haut, que le dodécaèdre *primitif* ne peut avoir d'angle solide *septuple*. Reste donc le cas des angles *quadruples*, *quintuples* et *sextuples*. Soient i, j et u les nombres respectifs de ces angles des degrés 4, 5 et 6. On aura d'abord

$$i + j + u = 8$$

et

$$4i + 5j + 6u = 2A = 36;$$

d'où, en chassant i, par exemple, il viendra l'équation

$$2u + j = 4.$$

Soit, s'il est possible, $u = 1$, il vient $j = 2$ et $i = 5$, c'est-à-dire que le dodécaèdre aurait pour les angles solides,

1 *sextuple*, 2 *quintuples* et 5 *quadruples*.

» Soit donc M l'angle solide sextuple avec les 6 faces triangulaires qui s'y rassemblent, et considérez un côté AB de l'hexagone (plan ou gauche) formé par les six bases de ces triangles. Vous avez d'abord sur AB la face ABM; or il en faut une seconde ABM′ sur la même arête AB; mais le sommet M′ ne peut être placé sur aucun des quatre sommets restants C, D, E, F de l'hexagone sans introduire dans la figure un tétraèdre, ce qui rendrait le polyèdre *composé*. Il faut donc que la face ABM′ ait son sommet M′ placé sur le dernier sommet H du dodécaèdre. Or il en serait de même des secondes faces qui doivent s'appuyer sur les autres côtés BC, CD, DE, EF, FA de l'hexagone : donc l'angle solide en H doit être aussi sextuple, aussi bien que l'angle solide en M. On ne peut donc supposer dans le dodécaèdre primitif un seul angle solide sextuple, et il y en a toujours au moins deux. Faisons donc $u = 2$, ce qui donne j égal à zéro et $i = 6$, et l'on aura un *dodécaèdre primitif* à 2 *angles solides sextuples* et 6 *angles quadruples*, dodécaèdre qui existe réellement et dont la construction est évidente.

» Il n'y en a pas d'autres primitifs avec des angles *sextuples*, car en faisant u plus grand que 2, il vient j *négatif*, ce qui est absurde.

» Mais il peut y avoir un dodécaèdre *primitif* avec des angles *quadruples* et *quintuples* seulement, c'est-à-dire sans angles sextuples; car en faisant

$$u = 0,$$

il vient

$$i = 4 \quad \text{et} \quad j = 4.$$

Ainsi le dodécaèdre primitif, s'il existe, a 4 angles solides *quintuples* et 4 *quadruples*. Or ce solide existe réellement, et la construction en est très-facile.

» Car partagez les huit sommets en deux groupes de quatre, et soient A, B, C, D les sommets qui font le premier groupe, et A′, B′, C′, D′ ceux qui forment le second; prenez les deux quadrilatères ABCD et A′B′C′D′, et joignez chacun à chacun les sommets correspondants A et A′, B et B′, C et C′, D et D′; vous aurez d'abord une figure terminée par six quadrilatères (plans ou gauches), et dont les six faces d'un cube vous offrent une

image très-particulière. Actuellement partagez chacun de vos quadrilatères en deux triangles en y menant une des deux diagonales, avec cette attention de prendre dans les quadrilatères opposés des diagonales opposées, c'est-à-dire celles qui ne se correspondent point, et vous aurez un polyèdre à 12 faces *triangulaires* et 8 angles solides, dont 4 seront *quintuples* et les 4 autres *quadruples*. Et ce nouveau dodécaèdre sera, aussi bien que le précédent, primitif ou simple, en ce que l'on n'y verra aucune partie de ses arêtes qui puisse former à part un polyèdre d'ordre inférieur.

» Ainsi, il y a deux dodécaèdres primitifs, et il n'y en a que deux; car les angles de degrés inférieurs à 4 et les angles de degrés supérieurs à 6 étant écartés, il n'y a qu'un seul *dodécaèdre primitif* qui admette des angles *sextuples*, et un seul qui admette des angles *quintuples*.

» Le premier a 2 angles *sextuples* et 6 *quadruples*;

» Le second a 4 angles *quintuples* et 4 *quadruples*.

» **25**. Le *décatétraèdre*. — Passons au polyèdre de 9 *sommets*, 14 *faces* et 12 *arêtes*, et que nous nommerons le *décatétraèdre*.

» D'abord il est clair que ce polyèdre de 9 sommets, s'il est primitif, ne peut avoir d'angle solide *octuple*. Reste donc à considérer le cas des angles solides de degrés 4, 5, 6 et 7, que je suppose être en nombres respectifs i, j, u et t, de manière qu'on ait

$$i + j + u + t = 9,$$
$$4i + 5j + 6u + 7t = 42;$$

d'où, en éliminant j par exemple, on tire l'équation

$$2t + u - i = -3.$$

» Si vous supposez d'abord qu'il y ait un angle *sextuple*, par un raisonnement semblable à celui qui a été fait à l'occasion du dodécaèdre, il est facile d'établir qu'il y en a au moins *deux* de ce même degré de multiplicité, sans quoi le solide présenterait dans sa figure quelque tétraèdre, et, par conséquent, ne serait pas simple, ce qui est contre notre hypothèse. Faisons donc sur-le-champ

$$t = 2,$$

ce qui donne

$$i - u = 7,$$

et par conséquent

$$u = 0;$$

car t étant égal à 2, i ne peut plus surpasser 7. On a donc nécessairement

$$i = 7 \quad \text{et} \quad j = 0;$$

d'où l'on voit que le décatétraèdre dont il s'agit a

2 angles *sextuples* et 7 *quadruples;*

et la construction de ce solide est bien facile.

» $t > 3$ est impossible, parce qu'on tirerait de cette hypothèse

$$i - u > 9,$$

et partant u *négatif*, etc., ce qui est absurde.

» Il n'y a donc qu'un seul décatétraèdre *primitif* qui puisse admettre des angles *septuples*.

» Voyons maintenant s'il y en a d'autres primitifs qui admettent des angles *sextuples*, avec ceux de degrés inférieurs jusqu'à 4 inclusivement.

» Nos équations donnent alors, en faisant $t = 0$, l'équation

$$i - u = 3;$$

or, en supposant d'abord

$$u = 1,$$

on en tire

$$i = 4,$$

et ensuite

$$j = 4,$$

ce qui donne un nouveau décatétraèdre *primitif* qui a

1 angle solide *sextuple*, 4 *quintuples* et 4 *quadruples*.

Ce solide existe réellement, et il serait facile d'en montrer la construction.

» Supposant ensuite

$$u = 2,$$

on en tire

$$i = 5 \quad \text{et} \quad j = 2,$$

ce qui donne un troisième décatétraèdre primitif qui a

2 angles *sextuples*, 2 *quintuples* et 5 *quadruples;*

polyèdre qui existe réellement, et dont la construction n'offre pas de difficultés.

» Enfin l'hypothèse de $u = 3$ donnerait

$$i = 6 \quad \text{et} \quad j = 0,$$

ce qui répond à un nouveau décatétraèdre ayant 3 angles *sextuples* et 6 *quadruples*. Mais ce polyèdre n'est pas primitif, car il est aisé de voir que ce n'est que la réunion de deux octaèdres appuyés l'un sur l'autre par une commune base.

» On ne peut pas aller plus loin avec des angles solides sextuples, car en prenant u égal ou supérieur à 4, on aurait i égal ou supérieur à 7, ce qui ne peut plus être admis.

» Reste donc le seul cas des angles solides quintuples avec des angles quadruples.

» Alors nos équations, qui deviennent

$$i + j = 9$$

et

$$4i + 5j = 42,$$

donnent sur-le-champ

$$j = 6 \quad \text{et} \quad i = 3;$$

d'où résulte un décatétraèdre qui a

6 angles *quintuples* et 3 *quadruples*;

polyèdre qu'il est aisé de construire, et qui est évidemment *simple* ou *primitif*.

» Ainsi, entre tous les décatétraèdres possibles, il y en a 4 *primitifs*, et il n'y en a pas d'autres que ceux qu'on vient d'énumérer.

» **26**. Le *décahexaèdre*. — On peut continuer cette énumération dans les polyèdres d'ordres supérieurs, et par exemple, pour le polyèdre de 16 *faces*, 10 *sommets* et 24 *arêtes*, que nous nommerons le *décahexaèdre*. On trouvera, par l'analyse, les différentes espèces de décahexaèdres marqués dans le tableau suivant :

1°.	2 angles solides *octuples* avec 8 *quadruples*.			
2°.	2 *septuples*,		2 *quintuples*,	6 *quadruples*.
3°.	2 *septuples*,		1 *sextuple*,	7 *quadruples*.
4°.	1 *septuple*,	2 *sextuples*,	1 *quintuple*,	6 *quadruples*.
5°.	1 *septuple*,	1 *sextuple*,	3 *quintuples*,	5 *quadruples*.
6°.	4 *sextuples*,			6 *quadruples*.
7°.	3 *sextuples*,		2 *quintuples*,	5 *quadruples*.
8°.	2 *sextuples*,		4 *quintuples*,	4 *quadruples*.
9°.	1 *sextuple*,		6 *quintuples*,	3 *quadruples*.
10°.			8 *quintuples*,	2 *quadruples*.

» Voilà les dix solutions des deux équations indéterminées

$$i + j + u + t + v = 10,$$
$$4i + 5j + 6u + 7t + 8v = 48,$$

et où l'on ne peut admettre pour i, j, u, etc., que des nombres entiers tous *positifs*.

» Ces dix solutions répondent-elles à autant de décahexaèdres simples ou primitifs? C'est ce qu'on ne peut guère voir qu'en essayant de construire ces solides.

» Le premier décahexaèdre ayant 2 angles solides *octuples* avec 8 *quadruples* est presque évident, car il est est clair qu'on peut le former tout de suite avec une pyramide à base octogonale (plane ou gauche), et une autre pyramide appuyée sur la même base, système d'où résulte un décahexaèdre à 2 angles solides *octuples* et 8 *quadruples*, et qui est évidemment *simple* ou *primitif*.

» Le 2e est également *primitif*. Mais le 3e, qui offre 2 angles *septuples*, 1 *sextuple* et 7 *quadruples*, ne paraît pas possible. On peut bien, entre les 10 sommets donnés, placer 24 droites ou arêtes de manière qu'il y ait 2 sommets où l'on voie aboutir 7 de ces arêtes, 1 sommet où l'on en voie aboutir 6, et enfin 7 sommets où l'on en voie aboutir 4; mais ce système d'arêtes ne donne pas lieu à un système de triangles qui puissent former les *faces* d'un véritable polyèdre. Il y a tel sommet d'où partent 4 arêtes, et autour duquel il n'y a pourtant point 4 faces rassemblées pour y former l'angle solide; ou, en d'autres termes, les extrémités de ces quatre arêtes ne vont point tomber sur quatre autres sommets de la figure qui soient déjà unis ensemble par quatre droites formant le contour d'un quadrilatère *fermé*, ce qui serait nécessaire pour que l'on pût compter autour du sommet dont il s'agit, quatre triangles formant les faces d'un angle solide quadruple.

» Le 4e décahexaèdre qui présente

1 angle *septuple*, 2 *sextuples*, 1 *quintuple*, 6 *quadruples*,

n'est pas non plus un polyèdre primitif : car vous y voyez la réunion d'un *octaèdre* avec un *décaèdre* appuyés l'un sur l'autre par la commune base triangulaire.

» Le 5e est un polyèdre *primitif*, et il en est de même pour les suivants, ce qui réduit à 8 le nombre des décahexaèdres *primitifs*.

» Mais il y a une remarque à faire sur cette théorie des polyèdres primitifs.

» Nous avons dit que le 2e décahexaèdre qui nous présente pour ses angles solides,

2 septuples, *2 quintuples* et 6 *quadruples*,

était *primitif*, ce qu'il est facile de constater; mais d'un autre côté vous pouvez construire un décahexaèdre qui a aussi 2 angles septuples, 2 quintuples et 6 quadruples, et qui pourtant n'est pas un solide simple ou primitif : car il est aisé de voir que c'est un polyèdre composé d'un octaèdre et d'un décaèdre appuyés l'un sur l'autre par une face commune. Etc. Etc.

» **27**. Je me borne ici à ces premiers cas simples, pour indiquer seulement les questions auxquelles pourrait donner lieu l'étude de ces polyèdres que j'appelle *primitifs*. »

GÉOMÉTRIE. — *Note sur la théorie des polyèdres réguliers; par* **M. J. Bertrand.**

« Puisque l'attention de l'Académie est appelée sur la théorie très-intéressante des polyèdres, je saisirai cette occasion pour annoncer que M. Gourjon, dont les physiciens connaissent l'habileté et l'esprit ingénieux, a bien voulu construire à ma prière les polyèdres réguliers étoilés décrits dans le tome II des *Mémoires des Savants étrangers*. Ces solides existaient, il est vrai, déjà chez M. Poinsot qui les a découverts; mais, malgré la bienveillance avec laquelle l'illustre géomètre accueillait ceux qui désiraient les étudier, ces modèles n'étaient pas à la disposition du public : les solides construits par M. Gourjon y seront entièrement, car ils appartiennent maintenant au Collége de France. On sait que les quatre solides de M. Poinsot sont, avec les cinq polyèdres réguliers anciennement connus, les seuls corps réguliers dont l'existence soit possible. M. Cauchy l'a prouvé dans un Mémoire présenté à l'Académie en 1812. Mais sa démonstration, quoique rigoureuse, exige une grande attention et ne peut être suivie qu'en s'astreignant à vérifier toutes ses assertions sur les modèles en relief du dodécaèdre et de l'icosaèdre réguliers de première espèce. Je proposerai une démonstration qui me semble plus facile.

» *Lemme I.* — Des points quelconques étant donnés dans l'espace, on peut toujours trouver un polyèdre convexe dont les sommets soient pris parmi les points donnés, et qui contienne tous les autres points dans son intérieur. Nous ne développerons pas la démonstration de ce lemme, qui est presque évident.

» *Lemme II.* — Il ne peut pas exister de polyèdre convexe dont chaque sommet soit la réunion de plus de cinq faces.

» Cette proposition, corollaire facile du célèbre théorème d'Euler, est connue depuis longtemps.

» *Théorème I.* — Un polyèdre régulier, de quelque espèce qu'il soit, a nécessairement les mêmes sommets qu'un polyèdre régulier convexe.

» Les sommets d'un polyèdre régulier sont, on le sait, situés sur une même sphère, et tout polyèdre convexe dont les sommets seront pris parmi ces points ne pourra par conséquent pas renfermer les autres dans son intérieur; on en conclut, en vertu du lemme I, qu'il existe un polyèdre convexe qui a pour sommets tous les sommets du polyèdre régulier considéré.

» Il reste à prouver que ce polyèdre est régulier. Pour y parvenir, considérons deux figures P et Q égales entre elles et formées chacune par le polyèdre régulier considéré et par le polyèdre convexe qui a les mêmes sommets; non-seulement P sera, comme on le suppose, superposable à Q, mais la coïncidence pourra être établie en plaçant un sommet arbitraire de Q sur un sommet désigné de P. De plus, deux sommets étant l'un sur l'autre, la coïncidence des deux polyèdres réguliers qui font partie de P et de Q, et par suite celle des figures totales, pourra se faire de trois manières au moins, car aux sommets considérés aboutissent au moins trois faces des polyèdres réguliers, et la coïncidence peut être établie en posant sur l'une des faces du premier l'une quelconque des faces de l'autre. Les deux angles solides de nos polyèdres convexes sont donc non-seulement égaux, mais encore susceptibles de coïncider de trois manières différentes. Or, en vertu du lemme II, ces corps solides sont trièdres, tétraèdres ou pentaèdres, et dans chacun de ces trois cas, la triple coïncidence serait impossible s'ils n'avaient les faces égales et également inclinées; toutes les faces qui aboutissent à un même sommet du polyèdre convexe sont donc superposables, et comme la coïncidence des deux polyèdres convexes peut se faire en plaçant un sommet arbitraire de l'un sur un sommet désigné de l'autre, une même face peut coïncider avec celle qui lui est identique, et de manière que deux sommets arbitraires soient l'un sur l'autre. On en conclut que les faces sont des polygones réguliers, et par conséquent le polyèdre convexe remplit les trois conditions qui forment la définition du polyèdre régulier, et le théorème est démontré.

» *Théorème II.* — *Il n'existe que quatre polyèdres d'espèce supérieure.* En vertu du théorème précédent, pour obtenir les polyèdres réguliers d'espèce supérieure, il faut évidemment prendre les polyèdres réguliers convexes et

procéder de la manière suivante. Choisir un sommet sur l'un de ces polyèdres et chercher s'il existe d'autres sommets qui, réunis à celui-là, puissent former un polygone régulier; ce polygone est la seule face possible du polyèdre d'espèce supérieure ayant mêmes sommets que le proposé. Le nombre des polygones égaux auxquels peut appartenir un même sommet sera le nombre des faces qui composent un angle solide du nouveau polyèdre.

» Il est clair que cette construction appliquée au tétraèdre ne donne rien.

» Chaque sommet de l'octaèdre appartient à deux carrés, lesquels ne peuvent évidemment pas former les faces d'un polyèdre.

» Chaque sommet du cube peut former, avec deux autres sommets convenablement choisis, un triangle équilatéral, et cela de trois manières différentes, mais ces trois triangles appartiennent à un tétraèdre régulier.

» Chaque sommet du dodécaèdre régulier peut, de trois manières différentes, former des triangles équilatéraux avec des sommets appartenant à deux des faces qui s'y réunissent, mais les triangles ne feront pas un angle polyèdre, deux d'entre eux n'ayant jamais d'arête commune.

» Chaque sommet du dodécaèdre régulier peut également être considéré comme le sommet de six triangles équilatéraux dont les autres sommets appartiennent à des faces contiguës à celles qui contiennent le sommet donné. Mais ces six triangles équilatéraux sont les faces de deux tétraèdres réguliers.

» Chaque sommet du dodécaèdre est enfin le sommet commun de trois pentagones réguliers dont les quatre autres sommets appartiennent au même polyèdre. Ces trois pentagones ne forment pas les faces d'un angle trièdre, parce que d'eux d'entre eux n'ont pas d'arête commune, mais les pentagones étoilés qui ont les mêmes sommets forment un angle trièdre, et leur ensemble, pour tout le polyèdre, forme le dodécaèdre régulier de quatrième espèce.

» Chaque sommet de l'icosaèdre est le sommet commun de cinq triangles équilatéraux ayant pour côtés les droites les plus courtes que l'on puisse mener entre les sommets après celles qui forment les côtés des faces. Ces triangles forment l'icosaèdre de septième espèce.

» Chaque sommet de l'icosaèdre peut être considéré comme le sommet commun de cinq pentagones réguliers de première espèce dont les quatre autres sommets appartiennent également à l'icosaèdre; ces pentagones sont les faces du dodécaèdre de troisième espèce. Enfin les mêmes sommets

peuvent être considérés comme appartenant à des pentagones étoilés qui forment le dodécaèdre étoilé de seconde espèce.

» Il n'y a donc en tout que quatre polyèdres étoilés qui sont précisément ceux que M. Poinsot a découverts.

» M. Poinsot, dans son Mémoire de 1809, indiquait comme bien vraisemblable la non-existence de solides réguliers autres que ceux qu'il avait décrits. « S'il existait, par exemple, disait M. Poinsot, un nouveau polyèdre » régulier dont les faces seraient au nombre de 28, et si l'on marquait les » centres de ces faces, on aurait un égal nombre de points distribués régu» lièrement sur la sphère. Or par tous ces points comme sommets on pour» rait faire passer un polyèdre entièrement convexe suivant la définition » ordinaire..... Mais on ne voit pas pourquoi ce polyèdre dont les som» mets sont uniformément répandus sur la sphère, ne serait pas un po» lyèdre parfaitement régulier; on aurait donc un polyèdre régulier de la » première espèce, dont le nombre des sommets ne serait pas un des nom» bres 4, 6, 8, 12, 20, ce qui a été démontré tout à fait impossible. » (*Journal de l'École Polytechnique*, 10e cahier, page 43.)

» M. Poinsot voyait donc clairement, sans l'affirmer d'une manière formelle, que chaque polyèdre régulier d'espèce supérieure était successivement lié à un polyèdre régulier de première espèce. M. Cauchy a prouvé l'exactitude de cette assertion en prenant pour polyèdre conjugué d'un polyèdre donné le noyau convexe formé par les plans de ses faces. Je viens de montrer que le polyèdre convexe qui a les mêmes sommets qu'un polyèdre régulier étoilé est nécessairement régulier : une démonstration toute semblable permettrait d'établir rigoureusement la proposition même énoncée par M. Poinsot, et de démontrer que les centres des faces d'un polyèdre régulier forment un polyèdre régulier, et il ne serait pas difficile d'en déduire une troisième preuve du théorème qui fait l'objet de cette Note. »

MÉMOIRES LUS.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Réponse de* M. **Reech** *à la Note lue par* M. Phillips *dans la dernière séance.*

(Renvoi à l'examen de la Section de Mécanique.)

« Dans la dernière Note de M. Phillips, je trouve l'assertion que voici :

» On sait depuis longtemps que la coulisse ordinaire doit être tracée » avec un rayon sensiblement égal à sa distance à l'axe. »

» Je ne veux aucunement discuter sur la part qui m'est faite par M. Phillips dans l'établissement de la théorie de la coulisse de Stephenson; ayant écrit, à ce sujet, ce que je croyais devoir faire connaître et ce que je sais démontrer, même en ce qui concerne la détente variable peu satisfaisante, selon moi, que le système peut donner, sans que la coulisse doive être d'une autre forme, soit qu'on veuille faire cas d'une telle espèce de détente, soit qu'on n'en veuille pas faire cas; je me bornerai à faire remarquer que la règle énoncée pour le tracé de la coulisse ne sera applicable qu'autant qu'on y joindra une explication sur la manière de mesurer la distance à l'axe, distance qui, supposée prise à l'une des charnières de la coulisse, variera pendant une révolution entière de l'arbre, en plus et en moins de la commune longueur R des bielles, d'une quantité égale au commun rayon e des excentriques, c'est-à-dire entre les limites

$$R + e, \quad R - e,$$

et qui varierait en d'autres limites, soit moins, soit plus écartées que celles-là, si on devait la mesurer par une perpendiculaire menée du centre de l'arbre sur une droite fixement attachée à la coulisse.

» Je ne vois pas d'ailleurs qu'il soit possible de compléter la règle énoncée, vu que dans ma théorie, en désignant par

$2A$ la distance des excentriques;
R la commune longueur des bielles ou barres d'excentrique;
$2B$ la distance constante des extrémités des droites R;
f la flèche de l'arc de la coulisse au point milieu de la droite $2B$ comme corde;

je construis exactement et très-simplement la valeur de f, pour une coulisse ordinaire, au moyen d'une figure d'après laquelle on doit avoir

$$f = R - \frac{1}{2}\sqrt{R^2 - (B - A)^2} - \frac{1}{2}\sqrt{R^2 - (B + A)^2}.$$

» Cette expression de f convient à la fois au système non croisé et au système croisé; elle ne dépend pas explicitement du rayon e des excentriques; mais elle en dépend implicitement en ce que, si l'on désigne par 2μ l'angle compris entre les excentriques, on doit avoir

$$A = e \sin \mu.$$

» Il est nécessaire d'ailleurs qu'on ait

$$B > A$$

et

$$R > B + A$$

pour que le système soit possible dans toutes les positions de l'arbre.

» En désignant ensuite par r le rayon d'un arc de cercle sur $2B$ comme corde avec f comme flèche, il faut que j'aie

$$B^2 = f(2r - f),$$

d'où

$$r = \frac{1}{2}\left(f + \frac{B^2}{f}\right).$$

» Je me sers enfin, dans l'exécution, d'un arc de cercle tracé avec le rayon r, alors que je ne veux pas prolonger la coulisse jusqu'aux extrémités de la corde $2B$.

» Quand je veux donner à la coulisse une longueur plus grande, je conçois d'abord un arc de cercle tracé concentriquement au précédent avec un rayon un peu plus grand que r', la différence $r' - r$ devant être aussi petite que le permettront les diamètres des charnières et du bouton de la coulisse; je trace ensuite la coulisse avec un rayon r'' à peu près égal à r', la très-petite différence de r' à r'' devant être déterminée au moyen d'un procédé de correction qu'il serait trop minutieux de décrire ici. »

PHYSIQUE. — *Note sur un Mémoire intitulé :* Théorie des propriétés calorifiques et expansives des fluides élastiques; *par* **M. F. Reech.**

(Renvoi à l'examen de la Section de Mécanique.)

« Au chapitre I, je commence par expliquer les propriétés des deux figures au moyen desquelles M. Clapeyron, dans son Mémoire de 1834 (*Journal de l'École Polytechnique*), est parvenu, selon moi, à établir les conditions de fonctionnement et à représenter le maximum de force motrice d'une machine théoriquement parfaite, soit à gaz, soit à vapeur, quelque idée qu'on veuille se faire d'ailleurs de la chose désignée par le mot *chaleur*.

» J'admets ensuite, pour échapper aux conséquences de MM. Carnot et Clapeyron, que dans une machine motrice il y a une certaine destruction de chaleur.

» En désignant par q' la quantité de chaleur fournie à une machine motrice à une température élevée t' et par q la quantité de chaleur rendue par la machine à une température basse t, je suis conduit logiquement à

dire qu'il serait possible de produire gratuitement autant de travail qu'on voudrait ou autant de chaleur qu'on voudrait, si l'aire S des figures de M. Clapeyron n'était pas susceptible d'être exprimée par une relation de l'espèce

$$S = q'\Gamma(t') - q\Gamma(t) = \int_t^{t'} dt \frac{d}{dt}[q\Gamma(t)],$$

la fonction $\Gamma(t)$ devant être la même pour tous les fluides élastiques de la nature.

» Je cite des faits d'expérience qui tendent à faire admettre que la fonction $\Gamma(t)$ doit être une constante et que, par suite, on devra avoir

$$S = \frac{q' - q}{k}.$$

Je représente par

$$\varphi(v, p) = \text{const}\, t, \quad \varphi(v, p) = \text{const}\, t',$$
$$\psi(v, p) = \text{const}\, u, \quad \psi(v, p) = \text{const}\, u_1,$$

les équations des quatre courbes qui comprennent entre elles l'aire S des figures de M. Clapeyron. Je représente en même temps par

$$q = \int_u^{u_1} f(t, u)\, du, \quad q' = \int_u^{u_1} f(t', u)\, du$$

les quantités de chaleur q, q'.

» Je cite et je démontre, à ma manière, le théorème de M. Clausius d'après lequel mes expressions de q, q' sont trop générales et doivent être remplacées par les relations plus simples

$$q = \gamma(t)(u_1 - u), \quad q' = \gamma(t')(u_1 - u),$$

la fonction $\gamma(t)$ étant supposée la même pour toutes les especes de fluides élastiques, soit gaz, soit vapeurs.

» Au chapitre II, j'observe que l'aire S des figures de M. Clapeyron pourra être déterminée par voie d'intégration au moyen des équations de quatre courbes entre lesquelles elle se trouve comprise; en sorte qu'une certaine condition devra être remplie pour que l'expression de l'aire S obtenue de cette autre manière ne soit pas contradictoire avec la précédente expression de l'aire S.

» Je désigne par i la quantité de chaleur qui devra être fournie à un fluide élastique pour que la dilatation du fluide se fasse le long d'une courbe arbitrairement donnée sur l'une des figures de M. Clapeyron.

» Je fais voir d'abord qu'on devra avoir

$$di = \gamma(t)\,du.$$

Je fais voir ensuite que la condition nécessaire pour que les deux expressions de l'aire S ne soient pas contradictoires, se réduira à ce que l'expression

$$dQ = \gamma(t)\,du - kpdv$$

soit une différentielle exacte.

» Je conclus d'une simple inspection de cette équation que la chose désignée par Q devra être considérée comme étant la quantité de chaleur propre d'un fluide élastique.

» En considérant v, t, comme variables indépendantes, je parviens à former l'expression la plus générale de u pour que dQ soit une différentielle exacte en v, t. J'ai, par conséquent, l'expression la plus générale de di, et de celle-là je déduis successivement la chaleur latente q d'un fluide élastique, puis les deux chaleurs spécifiques du fluide ; l'une a, à pression constante ; l'autre b, à volume constant. Je détermine enfin l'expression la plus générale de Q, le tout au moyen d'une fonction arbitraire de t et de certaines intégrales relatives à la seule fonction

$$\varphi(v, p) = t.$$

Or cette fonction est de l'espèce

$$vp = C(\beta + t)$$

pour une masse d'air, et de l'espèce

$$p = \Omega(t)$$

pour tout mélange de liquide et de vapeur saturée de ce liquide.

» D'après les expériences de M. Regnault l'expression de la chaleur spécifique a d'une masse d'air doit se réduire à une constante, ce qui m'oblige de faire

$$\gamma(t) = t + \text{constante} = \theta_0 + t.$$

» La fonction $\gamma(t)$ devant, d'après le théorème de M. Clausius, être la même pour toutes les espèces de fluides élastiques, il arrive que les expressions générales de

$$u,\quad di,\quad q,\quad a,\quad b,\quad Q,$$

se réduisent pour une masse d'air à un certain groupe d'équations (G_2) et pour toutes les vapeurs à un autre groupe d'équations (V_2).

» Au chapitre III, je développe explicitement toutes les équations du groupe (G_2), puis au chapitre IV, en invoquant cette expérience de M. Regnault qui consiste à faire communiquer tout à coup une capacité pleine d'air avec une capacité vide et à constater que la température ne change pas, je me trouve obligé de faire

$$\theta_0 = \beta = \frac{1}{\alpha} = 273;$$

ce qui me fait trouver

$$b = a - kC = a(1 - n) = \text{const.}$$

Je dois faire en même temps, d'après M. Regnault,

$$a = 0{,}2375.$$

J'annonce que plus loin, au chapitre VI, dans la théorie spéciale de la vapeur d'eau, les seules expériences de M. Regnault me feront trouver

$$\frac{1}{k} = 434{,}88.$$

» En admettant actuellement au chapitre IV cette valeur de $\frac{1}{k}$, je trouve

$$b = a(1 - n) = 0{,}1702, \quad n = 0{,}28338 \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} = 1{,}3954.$$

» On sait que, d'après les expériences de M. Dulong, de MM. Clément et Desormes, et d'après la théorie du son de Laplace, le rapport de a à b a été trouvé respectivement de

$$1{,}421\ldots, \quad 1{,}354\ldots, \quad 1{,}4255.$$

» On sait aussi que la valeur de $\frac{1}{k}$, que je trouve égale à 434,88, a été évaluée par M. Joule à 424. Ces comparaisons m'ayant paru militer puissamment en faveur de l'exactitude de ma théorie, je me suis donné la peine de la développer en entier pour de l'air et pour de la vapeur d'eau.

» Pour une masse d'air, on a le long d'une courbe de l'espèce ψ, c'est-à-dire dans une enveloppe non perméable à la chaleur

$$\frac{vp}{v'p'} = \frac{\beta + t}{\beta + t'} = \left(\frac{p}{p'}\right)^n = \left(\frac{p}{p'}\right)^{0{,}28338}$$

et à une constante près, qu'il est généralement permis d'omettre,

$$Q = \left(\frac{1}{n} - 1\right) kvp;$$

ce qui fera trouver 60 calories seulement pour 1 mètre cube d'air à la pression d'une atmosphère, quelle que soit la température.

» Au chapitre V, je développe les équations du groupe (V_2) de la théorie des vapeurs. Je désigne par w le volume d'une masse liquide et par W le volume d'une égale masse de vapeur à l'état de saturation. Je trouve que la chaleur latente L doit dépendre de l'équation

$$L = k(\theta_0 + t)\frac{dp}{dt}(W - w);$$

» Je trouve encore que, en désignant par r la quantité de la chaleur qui devra être fournie à une masse liquide de 0 à t et par R la quantité de chaleur qui devra être fournie à une masse égale de vapeur saturée de 0 à t, il est nécessaire qu'on ait

$$R = r + L - \int \frac{L\,dt}{\theta_0 + t}.$$

J'établis ensuite les expressions de toutes les quantités qu'on aura besoin de connaître dans la théorie des machines à vapeur.

» J'observe en terminant que si les précédentes expressions de R et de L n'étaient pas d'accord avec les expériences des physiciens, on devrait, avant de rejeter la théorie, chercher à compléter par un nouveau terme le second membre de l'équation fondamentale

$$dQ = \gamma(t)\,du - kp\,dv = (\theta_0 + t)\,du - kp\,dv.$$

» Au chapitre VI, je me sers des expériences connues de M. Regnault sur la vapeur d'eau pour mettre l'expression de L sous la forme

$$\frac{1}{k} = (\theta_0 + 100) \times 1,16590,$$

puis en remplaçant, comme précédemment dans la théorie de l'air, la constante θ_0 par 273, je trouve la valeur de $\frac{1}{k}$ dont il a été question plus haut; je calcule les valeurs de $W - w$ pour différentes valeurs de t; je développe encore l'expression de R, qui se réduit à

$$\frac{dR}{dt} = 1 - \frac{795,73}{273 + t}, \qquad R = t - 1832,2 \log \mathrm{ord}\ \frac{273 + t}{273}.$$

Les valeurs de R étant négatives de $t = 0$ jusqu'à $t = 522,73$, il s'ensuit qu'entre ces limites, de la vapeur saturée ne pourra être diminuée ou augmenté de volume sans que, dans le premier cas, il y ait surchauffe et que,

dans le second cas, il y ait précipitation. Je fais voir de quelle manière il serait facile de calculer la fraction de la masse entière qui se précipitera pour une diminution donnée de la température. Je fais voir aussi qu'il serait facile de calculer numériquement toutes les quantités qu'on aura besoin de connaître dans la théorie des machines à vapeur d'eau. J'annonce, en terminant, que je reviendrai ultérieurement sur cet ordre d'applications après que je serai parvenu à fonder aussi la théorie des machines à air de différents systèmes. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Preuve de la présence dans l'atmosphère d'un nouveau principe gazeux, l'oxygène naissant; par* M. A. **Houzeau**. (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires précédemment nommés : MM. Becquerel, Boussingault, Balard.)

« La preuve de l'existence de l'oxygène naissant dans l'atmosphère me semble reposer sur les faits suivants :

» I. L'iodure de potassium neutre, en dissolution dans l'eau pure, devient alcalin quand on l'expose assez longtemps, à l'abri du soleil et de la pluie, au contact de l'air de la campagne.

» II. L'eau distillée pure reste neutre quand, pendant le même temps, on l'expose comparativement aux mêmes influences.

» Donc l'alcalinité observée en I n'est pas amenée par les émanations ammoniacales ou les poussières alcalines que l'air aurait déposées dans l'iodure neutre.

» III. L'iodure de potassium neutre en dissolution dans l'eau ne devient pas alcalin quand, pendant le même temps, on l'expose, à l'abri du soleil, au contact de l'air confiné d'un appartement clos et inhabité.

» Ce qui montre que l'alcalinité observée en I n'est pas due à l'eau distillée employée pendant l'expérience, ainsi qu'à une action de l'iodure lui-même sur la matière du vase qui le renferme, ou sur les principes constituants de l'air : l'azote, l'oxygène ordinaire, l'acide carbonique, etc.

» IV. Le même iodure de potassium neutre en dissolution dans l'eau ne devient pas alcalin quand, après l'avoir mêlé aux poussières que l'air dépose sur les soucoupes employées pour l'expérience, on l'expose de nou-

veau, et pendant le même temps, à l'abri du soleil, au contact de l'air confiné d'un appartement clos et inhabité.

» D'où l'on conclut que l'alcalinité observée en I n'est pas le résultat d'une action exercée sur l'iodure par les poussières organiques apportées par l'air.

» V. Des papiers réactifs très-sensibles de tournesol bleu et de tournesol rougi étant suspendus, à l'abri du soleil, sur les soucoupes en expérience, n'ont jamais décelé dans l'atmosphère la présence d'un acide ou d'un alcali; ils se sont au contraire complétement décolorés à l'air libre, sans perdre leur couleur dans l'air confiné.

» Ce qui confirme le résultat de l'observation II sur l'absence dans l'air de principes alcalins par eux-mêmes et de principes acides (1). En outre, cette expérience prouve qu'il existe en réalité une relation fort curieuse entre la destruction des teintures végétales et l'apparition de l'alcalinité de l'iodure, ou, pour mieux dire, une similitude de caractère entre l'agent qui décolore et l'agent qui développe l'alcalinité de l'iodure sans être alcalin lui-même.

» VI. L'acide carbonique en présence de l'air ne rend pas alcalin l'iodure neutre, comme peut le faire dans certaines conditions l'acide acétique par exemple : car une dissolution d'iodure de potassium, semblable à celle qui a été employée dans les expériences précédentes, est restée neutre, après avoir été pendant un mois et demi en contact avec une atmosphère d'air contenant 4 pour 100 d'acide carbonique obtenu par la calcination du bicarbonate de soude.

» Par conséquent, l'alcalinité de l'iodure qui a subi l'influence de l'air de la campagne n'est certainement pas le résultat de l'action de l'acide carbonique atmosphérique.

» VII. L'iodure de potassium qu'on a exposé à l'air de la campagne renferme moins d'iode qu'auparavant et à cette perte d'iode correspond à peu près l'alcalinité signalée en I, c'est-à-dire une production de potasse qui lui est grossièrement équivalente. L'iodure ainsi modifié ne perd pas du reste son alcalinité par la chaleur, comme le fait une eau ammoniacale qu'on soumet à l'ébullition.

---

(1) Cependant il peut arriver que l'air soit tantôt alcalin et tantôt acide : j'ai observé ces propriétés différentes dans la couche d'air qui lèche le sol.

Conclusion.

» Comme de tous les corps qui peuvent exister à la température de + 30 degrés il n'y a, dans l'état actuel de la science, que l'oxygène naissant qui soit capable de décomposer l'iodure de potassium avec production de potasse, puisque, dans les mêmes conditions de chaleur, l'oxygène ordinaire ou les corps oxydants naturels ne jouissent point de cette faculté en l'absence des acides ou de la lumière solaire, il est donc rationnel d'admettre que c'est à l'oxygène naissant qu'il recèle que l'air atmosphérique de la campagne doit sa propriété de rendre alcaline une dissolution neutre d'iodure de potassium, conformément aux principes établis dans mon dernier Mémoire. D'ailleurs la rapide décoloration à l'air libre des papiers de tournesol confirme pleinement cette manière de voir, puisqu'à l'exemple du chlore, l'oxygène naissant est un décolorant énergique.

» ..... Ainsi se trouve démontrée une vérité annoncée par M. Schœnbein. Les expériences qui viennent d'être relatées ont été faites en 1856, du 9 juillet au 9 août, à cet endroit de Montmorency appelé l'*Ermitage*. On opérait avec l'air tel qu'il circule à 4 mètres au-dessus du sol. Elles ont ensuite été répétées au mois d'octobre de la même année dans le parc de M. Rouart, à Laqueue, village situé sur le fertile plateau de la Brie.

» Dans un autre Mémoire, j'indiquerai le rôle important que joue l'oxygène naissant atmosphérique dans le phénomène de la nitrification. Sans nul doute, c'est à lui qu'il faut attribuer, en partie du moins, les anomalies observées dans ces derniers temps par M. Cloez, M. de Luca et M. Boussingault sur l'apport des nitrates par l'air; car si, par une remarquable expérience, M. Schœnbein a fait voir que, sous l'influence de l'ozone et d'une base alcaline, l'azote de l'atmosphère passait à l'état de nitrate, j'ai montré de mon côté que l'ammoniaque libre ou carbonatée pouvait subir de la part du même principe, et en l'absence de l'azote gazeux, une nitrification non moins singulière. L'ammoniaque et l'oxygène naissant sont donc désormais deux principes naturels sur lesquels doit se concentrer l'attention des chimistes dont les travaux ont pour but de trouver la source des nitrates dans la nature. Mais à la connaissance de cette source est intimement liée aussi celle de la cause productrice de l'oxygène naissant atmosphérique lui-même, et c'est par cette dernière recherche que je terminerai l'étude de la question dont je m'occupe depuis plusieurs années. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. le Ministre de l'Instruction publique transmet un Supplément à un Mémoire sur le choléra-morbus, précédemment adressé de l'île Maurice pour le concours du legs Bréant, par *M. Onésime Leroy* (*Compte rendu* de la séance du 21 janvier 1856).

(Renvoi à l'examen de la Section de Médecine constituée en Commission spéciale pour le concours du legs Bréant.)

L'Académie renvoie à la même Commission un Supplément adressé par l'auteur d'un Mémoire reçu dans la séance du 28 décembre 1857, et caractérisé par la même épigraphe : *Omnis enim qui petit...*

MÉCANIQUE. — *Mémoire sur une nouvelle théorie de la géométrie des masses et sur celle des axes principaux d'inertie; par* **M. J.-N. Haton de la Goupillière.**

(Commissaires, MM. Duhamel, Bertrand).

« Dans un travail précédent, j'ai étudié la variation des intégrales $\Sigma\, mxy$ quand on les rapporte à toutes sortes de plans coordonnés rectangulaires. Je leur substitue d'abord une longueur λ telle, que

$$M\lambda^2 = 2\,\Sigma\, mxy.$$

» *Théorème* A : Par un axe déterminé il passe toujours un système unique de plans (*plans nuls*) pour lesquels s'annule λ. Il atteint à 45 degrés son maximum (*paramètre*) et varie dans l'intervalle en raison inverse du rayon vecteur d'une hyperbole équilatère.

» Considérant un faisceau d'axes parallèles, je distingue celui du centre de gravité et dans l'un de ses plans nuls deux *axes focaux* dont la distance au précédent est égale à son paramètre. — *Théorème* B : Le paramètre d'un axe quelconque est la moyenne géométrique de ses distances aux axes focaux. — *Théorème* C : Ses plans nuls sont bissecteurs de ceux qui le réunissent à ces axes.

» Passant aux axes concourants, je les coupe par une sphère qui ait pour rayon le paramètre de l'axe principal moyen, et je distingue les deux *axes singuliers* perpendiculaires aux plans cycliques de l'ellipsoïde d'inertie. — *Théorème* B′ : Le paramètre d'un axe quelconque est la moyenne géométrique

des distances de son pôle aux axes singuliers. — *Théorème* C′ : Ses plans nuls sont bissecteurs de ceux qui le réunissent à ces axes.

» Si nous groupons ensemble les axes qui ont même paramètre : — *Théorème* D : Les cylindres de même paramètre ont pour directrices des lemniscates planes homofocales. — *Théorème* D′ : Les cônes de même paramètre ont pour directrices des lemniscates sphériques homofocales. Pour la distribution des plans nuls, on a les deux théorèmes suivants : *Théorème* E : Les axes parallèles se répartissent en cylindres circulaires, tels que les plans nuls de chaque génératrice rayonnent autour des deux qui sont comprises dans le plan focal. — *Théorème* E′ : Les axes convergents se répartissent en cônes du second ordre, tels que les plans nuls de chaque génératrice rayonnent autour des deux qui sont comprises dans le plan singulier. Mais je préfère comme plus simple le mode suivant.

» J'imagine dans le plan mené perpendiculairement par le centre de gravité, ou sur la sphère qui y a son centre, des courbes *nulles*, partout tangentes ou normales aux axes ou arcs nuls de leurs points. — *Théorème* F : Le réseau des courbes nulles planes est formé d'un système orthogonal d'ellipses et d'hyperboles homofocales. — *Théorème* F′ : Le réseau des courbes nulles sphériques est formé d'un système orthogonal d'ellipses et d'hyperboles sphériques homofocales. Par suite : *Théorème* G : Les axes parallèles forment un réseau de cylindres nuls du second ordre homofocaux et orthogonaux. — *Théorème* G′ : Les axes convergents forment un réseau de cônes nuls du second ordre homofocaux et orthogonaux. Pour compléter ces notions, j'étudie la variation du paramètre le long d'une courbe nulle. — *Théorèmes* H, H′ : Le paramètre varie en raison inverse du sinus de l'angle que les rayons ou arcs vecteurs focaux font avec la courbe nulle. Pour les courbes planes l'image se simplifie encore : — *Théorème* I : Le paramètre est égal au demi-diamètre conjugué de celui qui va au point considéré.

» Les axes nuls de chaque point ont, entre tous ceux qui y passent dans le plan F ou sur la sphère F′, les moments d'inertie maximum et minimum. Donc, *Théorème* J : Les axes de moment d'inertie maximum et minimum dans un plan mené par le centre de gravité enveloppent un double système de coniques homofocales. Pour les deux plans cycliques il se réduit à des cercles concentriques et leurs rayons. Pour les trois plans principaux les axes nuls sont principaux, donc, *Théorème* J_1 : Les axes principaux, dans un des plans principaux du centre de gravité enveloppent un double système de coniques homofocales. De même, *Théorème* J′ : Les axes de moment d'inertie maximum et minimum tangentiellement à une sphère

décrite autour du centre de gravité enveloppent un système de coniques sphériques homofocales. Comme d'un point au suivant la distance de la tangente est du second ordre, et comme la variation du moment d'inertie avec la direction est aussi du second ordre aux environs du maximum : — *Théorèmes* K, K' : Le moment d'inertie relatif à la tangente est constant sur chaque conique plane ou sphérique. Le théorème J a été établi par une voie différente dans un Mémoire remarquable publié par M. Townsend sur une théorie qui avait déja fait l'objet des travaux de Binet et de MM. Thompson et Mac-Cullagh. J'en établis le théorème fondamental S_2 d'une manière différente et beaucoup plus simple, et j'y ajoute des propriétés nouvelles qui me semblent offrir de l'intérêt.

» J'appelle *moment central*, *moment* ou *somme d'inertie* l'intégrale Σmr^2 rapportée à un point, un axe ou un plan. J'envisage le *rayon central*, le *rayon* et le *module de gyration* correspondants. — *Théorèmes* L, L_1, L_2 : Pour passer du centre de gravité, d'un axe ou d'un plan arbitraires qui y passent, à un autre point, un axe ou un plan parallèle, il suffit d'ajouter au carré du rayon central du rayon ou du module de gyration le carré de la distance qui sépare les points axes ou plans considérés. — *Théorèmes* M, M_1, M_2 : Les points de même moment central forment des sphères concentriques, les axes parallèles de même moment des cylindres concentriques et les plans parallèles de même somme d'inertie des couples symétriques. — *Théorèmes* N, N_1, N_2 : La loi qui relie la constante de chacune de ces surfaces à sa distance au centre est marquée par l'ordonnée d'une hyperbole équilatère. — *Théorème* O : Le moment d'inertie d'un axe et la somme d'inertie du plan mené perpendiculairement par un plan fixe sont complémentaires, en ce sens qu'en les ajoutant ensemble pour une direction quelconque on obtient le moment central du point fixe. — *Théorèmes* P_1, P_2 : Les axes et les plans convergents qui ont même moment ou même somme forment des cônes du second ordre géométriquement complémentaires pour les valeurs numériquement complémentaires. — *Théorèmes* Q_1, Q_2 : Si on porte sur les axes convergents des longueurs inversement proportionnelles à leurs rayons ou aux modules des plans perpendiculaires, les lieux des extrémités forment deux ellipsoïdes qui ont pour demi-axes les inverses des rayons ou des modules principaux. — *Théorèmes* R_1, R_2 : Si on porte les rayons des modules eux-mêmes et qu'on élève à l'extrémité des plans perpendiculaires, ils enveloppent deux autres ellipsoïdes qui ont pour demi-axes les rayons et les modules principaux.

» *Théorème* S_2 : Les plans principaux de tous les points de l'espace enve-

loppent une série de surfaces du second ordre homofocales, qui ont leurs foyers aux sommets de la *surface focale* dont j'ai parlé dans mon premier Mémoire. — *Théorème* T_2 : La somme d'inertie relative au plan tangent est constante sur chaque surface. — *Théorème* S_1 : Les axes principaux enveloppent dans l'espace les lignes de courbure du système homofocal. — *Théorème* T_1 : Le moment d'inertie relatif à la tangente est constant sur chaque ligne. — *Théorème* Θ_1 : Sur chaque ligne de courbure les plans nuls de la tangente sont tangents aux deux surfaces qui s'y coupent, et le paramètre reste constant. — *Théorèmes* U_1, U_2 : Les axes et plans principaux d'un point quelconque sont ceux du cône qui y a son sommet et pour base constante l'ellipse focale du système homofocal. — *Théorèmes* V_1, V_2 : Les trois moments et les trois sommes principales d'un point quelconque sont comprises entre celles du centre de gravité. — *Théorème* X : En tout point de l'ellipse focale et de l'hyperbole ombilicale, l'ellipsoïde représentatif est de révolution et a pour axe la tangente de ces courbes.

» J'obtiens enfin une répartition analogue pour les axes singuliers. — *Théorème* Y : Un axe singulier l'est en tous les points, et leurs seconds axes décrivent un hyperboloïde gauche. Tous ces hyperboloïdes sont homofocaux, et forment l'une des trois séries des surfaces S_2. — *Théorème* Z : Pour toutes les tangentes en un point d'un de ces hyperboloïdes, le carré du paramètre varie comme la courbure de la section normale. »

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur la théorie de l'action capillaire;* *par* **M. C.-Alph. Valson.** (Extrait.)

(Commissaires, MM. Pouillet, Bertrand.)

« Dans deux Mémoires présentés à l'Académie le 6 et le 20 juillet 1857, j'ai étudié divers points de la théorie de l'action capillaire au double point de vue de l'observation et du calcul. Dans le premier, j'ai traité en particulier la question des petits mouvements des liquides dans les tubes capillaires, ce qui m'a conduit à de nombreuses conséquences que j'ai vérifiées par l'expérience. Dans le second, je me suis plus spécialement occupé des variations que présentent les actions capillaires des liquides quand leur composition varie d'une manière continue. Ce nouveau travail a pour objet de continuer ce dernier genre de recherches; seulement, au lieu de partir du phénomène de l'ascension des liquides dans les tubes capillaires, je prends pour point de départ celui de l'adhérence des disques solides et des liquides.

» Après avoir décrit l'appareil dont je me suis servi, qui était fondé sur le même principe que celui de Gay-Lussac, j'examine d'abord les diverses causes qui peuvent influer sur le phénomène. Je considère particulièrement l'influence du degré d'aération du liquide et celle de la température. Si on opère avec de l'eau distillée et aérée, on trouve un poids de $9^{gr},97$ pour séparer un disque en verre de 50 millimètres de diamètre; si on opère avec de l'eau distillée et privée d'air par une ébullition prolongée, on trouve seulement un poids de $9^{gr},43$. Le liquide aéré donne donc un poids plus considérable que lorsqu'il n'est pas aéré.

» La température diminue ou augmente l'adhérence suivant qu'elle croît ou qu'elle décroît; c'est ce qui résulte d'un grand nombre d'expériences faites entre 17 et 53 degrés. La disposition de l'appareil et la production des vapeurs empêchaient de dépasser 53 degrés. Entre ces limites, le phénomène est représenté très-sensiblement par la formule linéaire :

$$y = 8^{gr},60 + 0,02577\,(49 \text{ degrés} - t),$$

t désignant le nombre de degrés comptés au-dessous de 49 degrés et y le poids nécessaire pour vaincre l'adhérence en opérant sur l'eau privée d'air, et sur un disque en verre de 50 millimètres de diamètre.

» Je trouve aussi que le phénomène de l'adhérence est modifié sensiblement par la nature du liquide avec lequel le disque a eu précédemment un contact prolongé, lors même qu'on a eu soin de nettoyer complétement sa surface. Toutefois cette cause de variation, ainsi que les autres, peuvent être négligées dans les expériences qui suivent, en ayant soin d'opérer toujours avec le même disque sur le même liquide et à la même température.

» J'étudie ensuite de quelle manière varie le phénomène de l'adhérence quand on opère sur des liquides mélangés en diverses proportions. On trouve des différences essentielles avec celui de l'ascension des liquides dans les tubes capillaires. Ainsi tandis que les hauteurs dans les tubes capillaires varient toujours dans le même sens, ce qui résulte des expériences rapportées dans mon second Mémoire; au contraire, les poids qui mesurent l'adhérence des solides et des liquides présentent des alternatives de croissance et de décroissance quand on opère sur des mélanges qui renferment une proportion déterminée de l'un des liquides, et des proportions de l'autre de plus en plus considérables. C'est ce qui résulte d'un grand nombre d'expériences que j'ai faites à ce sujet. Je rapporte en particulier celles qui sont relatives à la potasse, à l'alcool et à l'ammoniaque mélangés en diverses proportions avec l'eau; je donne en même temps les courbes qui représentent graphiquement les phénomènes.

» Je crois avoir montré que, même en partant d'hypothèses très-restreintes, on trouve une explication suffisamment complète des phénomènes. A fortiori en serait-il de même si les équations du problème étaient susceptibles d'être analysées dans toute leur généralité; car, en définitive, les hypothèses qui ont été faites ne doivent être regardées que comme des cas particuliers du problème général.

» Je dois à l'extrême bienveillance de M. P.-A. Favre, professeur à la Faculté des Sciences de Marseille, les ressources et les appareils spéciaux qui m'ont été nécessaires pour mon travail. »

MÉDECINE. — *Des inhalations médicamenteuses à l'aide d'un appareil nouveau dans le traitement des maladies des voies respiratoires; par* **M. Mayer.** (Extrait.)

(Commissaires, MM. Andral, J. Cloquet.)

« La médication qui fait l'objet de cette Note, dit M. Mayer, n'est pas nouvelle, mais les applications qu'on en a faites jusqu'à ce jour ont été si restreintes, qu'elle n'a pu rendre à la pratique qu'une faible partie des services qu'il est permis d'en attendre... Il y a deux manières de considérer les inhalations médicamenteuses : comme traitement général et comme traitement local; c'est de cette dernière seulement que je m'occuperai dans la présente Note. Pour l'une et pour l'autre, d'ailleurs, une même cause me paraît en avoir restreint l'emploi : c'est la complication des appareils imaginés pour l'application de la méthode. Celui que je propose, et dont je mets un spécimen sous les yeux de l'Académie, est d'une simplicité extrême et cependant suffit parfaitement pour remplir les diverses indications particulières aux affections des bronches dont je m'occupe dans ce premier Mémoire. Il est évident, par exemple, que pour la toux symptomatique de la phlogose, les inhalations devront être chaudes et émollientes; que la toux spasmodique exige les inhalations sédatives et narcotiques; la toux avec sécrétion fluide, les vapeurs balsamiques et résineuses à température élevée; la toux avec expectoration visqueuse et dyspnée, les vapeurs stimulantes, vinaigrées, ammoniacales, généralement au degré de la température ambiante. Tout cela s'obtient aisément avec mon appareil qui consiste en un ballon de verre de la contenance de 100 grammes environ de liquide, portant à la partie supérieure une tubulure légèrement évasée par laquelle le médicament est introduit, et par laquelle s'introduit l'air extérieur. Un peu plus bas se détache un tuyau cylindrique également en verre, long de 30 à

40 centimètres et aplati horizontalement à son extrémité libre pour s'adapter à la conformation des lèvres. Avec cet appareil, que l'on tient à la main, et une simple veilleuse, dans le cas où les inhalations doivent être à une température supérieure à celle de l'air ambiant, on obtient aisément tout ce que donneraient des appareils plus compliqués, et la sensation de la main permettra d'apprécier le degré de chaleur, degré que l'on règle d'ailleurs en approchant ou éloignant le ballon de la source calorifique. »

M. **Velpeau** présente, au nom de l'auteur *M. Guill. Delenda*, une Note intitulée : « *Fragment d'une tocologie hellénique* ».

Cette Note doit faire partie d'un grand ouvrage que l'auteur se propose de publier sous le titre de *Médecine ethnographique*, ouvrage dans lequel il montrera les différences que présentent les mêmes maladies, suivant qu'on les observe en Grèce, en Turquie, en Italie, en France ou en Allemagne. La persistance de ces caractères ethnographiques pendant une longue suite de siècles ne peut être rendue plus évidente que par l'observation faite dans le pays où écrivait Hippocrate, des maladies décrites dans ses immortels ouvrages. Ainsi, aujourd'hui comme autrefois, le type intermittent apparaît en Grèce dans une foule d'affections diverses. Pouvant en choisir de nombreux exemples que lui eussent fournis ses observations, M. Delenda a voulu cette fois ne s'occuper que de l'état puerpéral, état qui, dans ce climat, prédispose singulièrement à toutes les variétés des fièvres paludéennes, et ou le quinquina est employé avec avantage, même dans les cas où la périodicité est déjà obscure.

Le Mémoire de M. Delenda est renvoyé à l'examen d'une Commission composée de MM. Andral, Velpeau, Rayer.

M. **Giraud-Teulon**, en présentant au concours, pour le prix de Médecine et de Chirurgie, l'ouvrage qu'il vient de publier sur la mécanique animale, y joint, pour se conformer à l'une des conditions imposées aux concurrents, un résumé sommaire des points de fait ou de doctrine qu'il considère comme neufs dans cette publication.

(Renvoi à l'examen de la Commission des prix de Médecine et de Chirurgie.)

M. **Billiard**, de Corbigny, adresse un supplément à un Mémoire sur l'*ozone* présenté à l'avant-dernière séance. L'auteur fait remarquer que, bien qu'il eût, dans de précédentes communications, considéré l'ozone

atmosphérique par rapport aux développements des maladies épidémiques et particulièrement du choléra-morbus, dans son Mémoire du 28 décembre 1857 il le considérait à un autre point de vue, de sorte que ce n'était point à la Commission du prix Bréant qu'il avait l'intention de soumettre ce travail.

La nouvelle Note de M. Billiard et le Mémoire auquel elle se rattache sont envoyés à l'examen d'une Commission composée de MM. Becquerel et Pelouze.

CORRESPONDANCE.

ASTRONOMIE. — M. LE VERRIER *communique, au nom de l'Observatoire impérial, la suite des recherches de* M. YVON VILLARCEAU *sur la* Ve *comète de* 1857.

« On sait qu'en dehors du nombre assez restreint de comètes à courte période dont la révolution est connue, on ne possède pas de résultats bien certains sur le caractère périodique ou non périodique de la plupart des comètes dont on traite ordinairement les orbites comme paraboliques; et pourtant, il est extrêmement intéressant de pouvoir constater à l'égard de chaque comète, si elle appartient ou non à notre système solaire. La question revient à celle-ci : L'excentricité d'une comète est-elle ou non supérieure à l'unité? Dans le cas de la négative, l'astre circule périodiquement autour du soleil; dans l'autre, il nous arrive des systèmes stellaires éloignés, et nous quitte pour ne plus jamais revenir dans nos régions. La difficulté de la solution tient à ce que les comètes ne nous sont visibles que dans une partie relativement peu étendue de leur orbite; mais on peut espérer atténuer cet inconvénient en augmentant la précision des observations. Plusieurs essais de détermination de l'excentricité des comètes presque paraboliques ont été tentés, et l'on est parvenu à des résultats présentant, entre l'excentricité et l'unité, des différences un tant soit peu sensibles; mais a-t-on pris le soin de faire voir entre quelles limites l'excentricité peut varier sans cesser de satisfaire convenablement aux observations? Or, dans la question proposée, ce point est de la plus grande importance, puisque, si l'excentricité peut subir une variation supérieure à sa différence avec l'unité, telle orbite trouvée elliptique se changera à volonté en une orbite hyperbolique, et perdra ainsi le caractère de périodicité propre à l'ellipse.

» M. Yvon Villarceau vient de constater la périodicité de la Ve comète

de 1857, et est parvenu à fixer assez approximativement la limite supérieure de la durée de sa révolution.

» Les observations de cette comète faites à Paris par MM. Yvon Villarceau, Lépissier et Thirion ont déjà été publiées dans les *Comptes rendus*. M. Yvon Villarceau a présenté en outre une première et une seconde approximation des éléments paraboliques de l'orbite de la comète, et il a fait ressortir le degré de ressemblance des éléments de cette comète avec ceux de la III[e] comète de la même année. La discussion des causes de la similitude des deux comètes ne pouvait être entreprise sans que préalablement on ne déterminât les éléments de chacune d'elles avec toute la précision que comporte l'ensemble des observations. C'est le travail que M. Yvon Villarceau a entrepris, et la présente communication se rapporte uniquement à la V[e] comète de 1857.

» Les éléments paraboliques de cette comète, insérés aux *Comptes rendus*, tome XLV, page 378, ont été comparés avec l'ensemble des observations que l'on a pu se procurer ; et, à cet effet, il a fallu construire une éphéméride dont nous présentons ici un spécimen, à cause de la forme particulière qu'on a été obligé de lui donner.

Éphéméride des positions géocentriques apparentes de la V[e] comète de 1857, calculée au moyen des éléments insérés aux *Comptes rendus*, tome XLV, page 378.

T. MOYEN de Paris. 1857.	$\mathcal{A}$.	$\log \frac{d\mathcal{A}}{dt}$.	$\frac{1}{2}\frac{d^2\mathcal{A}}{dt^2}$.	$\frac{1}{2.3}\frac{d^3\mathcal{A}}{dt^3}$.	$\mathcal{D}$.	$\log \frac{d\mathcal{D}}{dt}$.	$\frac{1}{2}\frac{d^2\mathcal{D}}{dt^2}$.	$\frac{1}{2.3}\frac{d^3\mathcal{D}}{dt^3}$.	log Δ.	DIFFÉR.
Août 21,5	h m s 6.17.28,91	+3,57451	s + 605,0	s — 4	° ′ ″ +79.35.44,8	+3,74240	″ —1285	″ — 237	9,82162	— 591
22,5	7.29.34,70	+3,68328	+ 375,8	—166	+80.42.18,8	+3,34635	—1987	— 209	9,81571	— 467
23,5	8.52.53,29	+3,69524	— 256,3	—213	+80.44. 1,2	—3,31568	—2154	+ 103	9,81104	— 332
24,5	10. 8.32,40	+3,60291	— 602,3	— 12	+79.36.10,4	—3,76952	—1596	+ 237	9,80772	— 192
25,5	11. 5.27,08	+3,45501	— 525,3	+ 63	+77.35.18,6	—3,92474	— 958	+ 179	9,80580	— 046
26,5	11.45.12,59	+3,29589	— 356,1	+ 51	+75. 1.50,4	—3,99417	— 531	+ 107	9,80534	+ 98
27,5	12.12.59,11	+3,14552	— 231,3	+ 33	+72.10. 6,4	—4,02764	— 277	+ 63	9,80632	+ 242
28,5	12.32.55,39	+3,00887	— 152,3	+ 20	+69. 8.49,8	—4,04320	— 119	+ 44	9,80874	+ 381
29,5	12.47.42,07	+2,88589	— 103,2	+ 12	+66. 3.23,6	—4,04826	— 16	+ 29	9,81255	+ 513
30,5	12.58.58,74	+2,77395	— 71,5	+ 7	+62.57.16,6	—4,04657	+ 54	+ 20	9,81768	+ 634
31,5	13. 7.48,31	+2,67336	— 52,7	+ 5	+59.52.57,7	—4,04016	+ 107	+ 14	9,82402	+ 745

» La nécessité de la forme adoptée tient aux changements rapides du mouvement, tant en ascension droite qu'en déclinaison, dans la première moitié de l'éphéméride. Si l'on se fût borné à donner les différences des divers ordres, il eût fallu les poursuivre, dans les premiers jours, jusqu'au

sixième ou septième ordre, et le mode ordinaire d'interpolation eût été à peu près impraticable. (On s'est abstenu de donner les logarithmes des coefficients des termes du deuxième et du troisième ordre, parce qu'on s'est servi de la règle à calcul pour calculer ces termes.)

» Avec cette disposition donnée à l'éphéméride, il a été assez facile de comparer plus de cent observations de la V[e] comète. Nous ne reproduirons pas ici les détails de la comparaison; disons seulement que les différences obtenue sont été groupées de manière à former 11 moyennes, qui ont fourni les parties connues d'autant d'équations de condition, tant pour les ascensions droites que pour les déclinaisons, soit 22 équations en tout. Voici ces équations de condition, dans lesquelles on désigne par $\delta\tau$ la correction inconnue du passage au périhélie; δq celle de la distance périhélie; $\delta\varpi$ celle de la longitude du périhélie; $\delta\theta$ la correction de la longitude du nœud ascendant; $\delta\varphi$ celle de l'inclinaison; et δe celle de l'excentricité.

Ascensions droites.

Dates : 1857. T. m. de Paris.	Nombre des observ.							
Août 23,5	8	+ 6,8 =	− 0,034 3783 $\frac{\delta\tau}{\sin 1''}$	+ 2,597 08 $\frac{\delta q}{\sin 1''}$	+ 1,421 39 $\delta\varpi$	− 2,399 33 $\delta\theta$	+ 0,201 23 $\delta\varphi$	− 0,133 600 $\frac{\delta e}{\sin 1''}$
26,5	8	+ 9,2	− 0,014 3654	+ 2,329 84	+ 1,164 78	− 2,244 85	+ 0,527 61	+ 0,194 807
29,5	9	+ 6,6	− 0,003 0451	+ 1,770 68	+ 0,794 05	− 1,648 11	+ 0,573 62	+ 0,252 758
Sept. 2,5	12	+ 19,1	+ 0,004 0640	+ 1,280 48	+ 0,469 14	− 1,053 86	+ 0,550 31	+ 0,227 020
8,5	10	+ 13,0	+ 0,009 0037	+ 0,817 53	+ 0,161 84	− 0,436 60	+ 0,470 37	+ 0,153 294
11,5	7	+ 15,2	+ 0,010 4296	+ 0,662 57	+ 0,056 91	− 0,213 34	+ 0,426 43	+ 0,119 980
15,5	8	+ 10,5	+ 0,011 8395	+ 0,515 72	− 0,049 06	+ 0,019 64	+ 0,369 95	+ 0,083 230
18,5	12	+ 8,6	+ 0,012 6759	+ 0,443 43	− 0,109 48	+ 0,156 60	+ 0,330 10	+ 0,060 988
22,5	10	+ 9,7	+ 0,013 5891	+ 0,389 81	− 0,171 57	+ 0,301 29	+ 0,280 41	+ 0,036 918
26,5	10	+ 3,1	+ 0,014 2744	+ 0,377 35	− 0,218 07	+ 0,412 99	+ 0,234 00	+ 0,017 448
Oct. 2,5	4	− 13,8	+ 0,014 7923	+ 0,414 37	− 0,267 83	+ 0,536 26	+ 0,169 18	− 0,005 953

Déclinaisons.

Août 23,5	5	− 1″,3 =	+ 0,015 3101 $\frac{\delta\tau}{\sin 1''}$	+ 0,878 91 $\frac{\delta q}{\sin 1''}$	+ 0,373 03 $\delta\varpi$	− 0,940 79 $\delta\theta$	+ 0,393 26 $\delta\varphi$	+ 0,500 723 $\frac{\delta e}{\sin 1''}$
26,5	7	+ 0,2	+ 0,035 6315	− 0,984 24	− 0,654 34	+ 0,998 95	+ 0,025 74	+ 0,441 112
29,5	8	+ 9,8	+ 0,037 0339	− 1,292 85	− 0,821 80	+ 1,462 97	− 0,254 43	+ 0,348 071
Sept. 2,5	10	+ 38,4	+ 0,032 9670	− 1,061 76	− 0,711 05	+ 1,380 97	− 0,465 10	+ 0,260 374
8,5	12	+ 66,5	+ 0,024 8498	− 0,547 97	− 0,466 21	+ 0,946 94	− 0,562 05	+ 0,159 367
11,5	6	+ 70,5	+ 0,021 3823	− 0,347 39	− 0,374 67	+ 0,745 68	− 0,553 13	+ 0,120 400
15,5	8	+ 81,5	+ 0,017 7435	− 0,150 00	− 0,290 16	+ 0,531 01	− 0,512 69	+ 0,079 611
18,5	9	+ 92,7	+ 0,015 6929	− 0,042 98	− 0,249 33	+ 0,408 67	− 0,471 41	+ 0,056 095
22,5	10	+ 90,2	+ 0,013 6764	+ 0,063 38	− 0,216 24	+ 0,287 49	− 0,410 27	+ 0,032 035
26,5	10	+ 85,0	+ 0,012 2553	+ 0,144 65	− 0,199 72	+ 0,202 95	− 0,346 91	+ 0,014 207
Oct. 2,5	4	+ 74,2	+ 0,010 7919	+ 0,243 01	− 0,193 79	+ 0,124 46	− 0,252 87	− 0,004 381

» Avant de présenter les valeurs des racines de ces équations, nous mettrons sous les yeux du lecteur les positions normales déduites des groupes et de l'éphéméride, et le résultat de l'élimination des cinq premières inconnues; en y ajoutant, sous le titre de *restes*, des quantités dont nous donnerons bientôt la signification.

T. M. DE PARIS 1857.	ASCENSIONS DROITES.				DÉCLINAISONS.			
	POSIT. NORMALES géocent. appar	Nombre des observ.	ÉQUATIONS RÉSULTANTES	RESTES.	POSIT. NORMALES géocent. appar.	Nombre des observ.	ÉQUATIONS RÉSULTANTES.	RESTES.
Août 23,5	8h52m56s,11	8	$-3'',24 = -0,00195 \frac{\delta e}{\sin 1''}$	$-4'',88$	$+80°43'59'',94$	5	$-17'',29 = +0,01978 \frac{\delta e}{\sin 1''}$	$-0'',63$
26,5	11.45.14,96	8	$-4,27 \quad +0,00324$	+0,15	+75. 1.50,59	7	$-9,61 \quad +0,00942$	−1,69
29,5	12.47.43,25	9	$-3,18 \quad -0,00008$	−3,25	+66. 3.33,37	8	$-6,77 \quad +0,00291$	−4,32
Sept. 2,5	13.20.37,92	12	$+14,36 \quad -0,00858$	+7,14	+53.56.45,19	10	$+4,52 \quad -0,00183$	+2,98
8,5	13.39.41,75	10	$+13,19 \quad -0,01662$	−0,81	+38.32 47,99	12	$+7,22 \quad -0,00539$	+2.68
11,5	13.44. 0,41	7	$+16,47 \quad -0,01806$	+1,26	+32.18.45,40	6	$+1,81 \quad -0,00612$	−3,34
15,5	13.46.55,45	8	$+11,71 \quad -0,01715$	−2,73	+25.17.54,18	8	$+3,58 \quad -0,00607$	−1,53
18,5	13.47.36,30	12	$+8,64 \quad -0,01409$	−3,23	+20.49.26,23	9	$+9,91 \quad -0,00514$	+5.57
22,5	13.47. 0,30	10	$+6,64 \quad -0,00608$	+1,52	+15.39. 2,58	10	$+2,84 \quad -0,00218$	+0,99
26,5	13.45. 2,91	10	$-4,74 \quad +0,00753$	+1,60	+11. 9.38,58	10	$-5,42 \quad +0,00349$	−2,48
Oct. 2,5	13.40 21,41	4	$-31,32 \quad +0,04003$	+2,38	+ 5.19. 9,52	4	$-18,89 \quad +0,01893$	−2,94

» Les valeurs de $\frac{\delta e}{\sin 1''}$ que fournissent les équations résultantes sont $-800''$, pour les ascensions droites, et $-969''$, pour les déclinaisons : elles s'accordent à un dixième près de leur valeur moyenne. L'ensemble des ascensions droites et déclinaisons conduit à $-842''$. Ce dernier chiffre ne doit point être considéré comme exprimant la valeur exacte de l'inconnue; aussi avons-nous posé

$$\frac{\delta e}{\sin 1''} = -842'' + \frac{\delta' e}{\sin 1''};$$

$\delta' e$ désignant une quantité indéterminée, dont les limites peuvent seulement être fixées par la considération que les différences correspondantes entre l'observation et le calcul n'excèdent pas les erreurs à craindre dans les moyennes des groupes. Les parties connues de ces différences ont été consignées dans le tableau précédent sous le titre de *restes :* pour les compléter, il faut y joindre les termes correspondants en $\delta' e$, en y changeant les signes

et substituant $\delta' e$ à δe. Ainsi, par exemple, le reste en ascension droite pour le 2,5 septembre, et qui répond à la moyenne de douze observations, serait porté de 7″,14 à 8″,0 en faisant varier $\frac{\delta' e}{\sin 1''}$, de 0″ à + 100″; or, il ne paraît pas admissible que l'erreur de cette moyenne dépasse 8″. Une variation de — 100″ porterait le reste en ascension droite du 2,5 octobre à 6″,4, erreur qui n'aurait rien d'inadmissible; les limites ± 100″ répondent à des limites de la variation de l'excentricité, égales à ± 0,0005.

» La durée de la révolution que l'on obtient en faisant $\delta' e = 0$ est de 1618 ans; et celles qui répondent aux limites précédentes sont respectivement de 1969 et 1360 ans : la limite supérieure ne paraît pas susceptible d'être élevée, tandis que rien ne s'opposerait à un abaissement sensible de l'autre limite. Quoi qu'il en soit, voici les éléments que nous avons obtenus en appliquant à ceux qui nous ont servi de point de départ, les corrections tirées de nos équations.

Éléments elliptiques de la Ve comète de 1857.

Excentricité	$0,9959179 + \delta' e$	
Passage au périhélie. . 1857, Septembre	$30,90757 - 20,452\,\delta' e$	t. m. de Paris.
Distance périhélie	$0,5626183 + 0,27934\,\delta' e$	
Longitude du nœud ascendant	$14°.56'.43'',25 + 24735''\,\delta' e$	Equin. moyen
Longitude du périhélie	$139.49.37,30 - 143388\,\delta' e$	du 1er janv. 1857.
Inclinaison	$123.57.7,68 - 21611\,\delta' e$	

d'où

Durée de la révolation sidérale . . . . 1618 ans $+ 595761\,\delta' e$

» Il est aisé de voir que, si l'on fait varier $\delta' e$ entre les limites ci-dessus, tous les éléments, à l'exception de la durée de la révolution, ne subiront que des variations fort légères.

» Lorsqu'on cherche comment ces éléments représentent les observations, on trouve que, sauf certaines discordances très-prononcées et que l'on doit attribuer à des erreurs dans la réduction des observations ou dans la position des étoiles tirées des catalogues, le résultat de la comparaison est généralement très-satisfaisant. Nous nous abstiendrons, pour le moment, de discuter la valeur relative des observations; nous attendrons, pour cela, que les étoiles de comparaison aient été déterminées aux instruments méridiens, ce qui nous permettra en outre d'employer les observations dont les étoiles de comparaison manquaient dans les catalogues : nous espérons d'ailleurs que

les astronomes qui ont publié des observations évidemment fautives, voudront bien en revoir la réduction et les rectifier s'il y a lieu, après que nous les leur aurons signalées.

» Lorsque les positions des étoiles de comparaison auront été corrigées définitivement, il nous sera facile de reprendre la résolution de nos équations de condition, puisque les opérations numériques ne porteront que sur les parties connues. Peut-être alors réussirons-nous à restreindre les limites de l'indétermination qui subsiste encore et particulièrement dans la durée de la révolution de la comète. »

« *P. S.* Nous profitons de la circonstance, pour rectifier une observation de la Ve comète de 1857, publiée dans les *Comptes rendus*, t. XLV, p. 441, celle du 16 septembre. Cette observation a été obtenue en empruntant la position de l'étoile de comparaison au Catalogue de Lalande : la discordance de cette observation nous a montré la nécessité de substituer à la position de l'étoile, celle que fournit le Catalogue de Rumker, sous le n° 4500 et qui est

$$1857{,}0 : \mathcal{A}_{*} = 13^h\,46^m\,9^s{,}10 ;\quad \mathcal{D}_{*} = +\,24^\circ\,2'\,25''{,}4.$$

On doit donc substituer à l'observation du 16 septembre la suivante :

	T. m. de P.	Asc. droite.	Parallaxe.	Déclin.	Parallaxe.	Comp.	Observ.
1857, Sept. 16,	$7^h\,51^m\,23^s{,}7$;	$13^h\,47^m\,13^s{,}00$	$+(9{,}616):\Delta$;	$+24^\circ\,0'\,4''{,}9$	$+(0{,}760):\Delta$;	6 et 5 ;	Y.V.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Note sur l'action du cyanhydrate d'ammoniaque sur l'alloxane; par* **MM. A. Rosing** *et* **L. Chichkoff.** (Extrait.)

« On sait que l'acide urique sous l'influence des corps oxygénants se transforme en urée et en alloxane :

$$C^{10}H^6Az^4H^4 + O^2 + H^2O^2 = C^8O^8Az^2H^2 + C^2H^4Az^2O^2.$$

En comparant la composition de l'alloxane avec celle de l'acide urique, on voit que ces deux corps diffèrent par O^2 qui se sont mis à la place de $Cy\,Az\,H^2$ pour former l'acide urique,

$$C^8O^6Az^2H^2.O^2 = \text{alloxane},$$
$$C^8O^6Az^2H^2.Cy\,Az\,H^2 = \text{acide urique}.$$

» Le travail présent avait pour but d'effectuer l'inverse de cette réaction

ou, autrement dit, de transformer l'alloxane en acide urique en remplaçant O^2 par $Cy\,Az\,H^2$: pour arriver à ce résultat, nous avons essayé l'action du cyanhydrate d'ammoniaque sur l'alloxane : nous espérions de cette manière effectuer une élimination d'eau aux dépens de l'oxygène de l'alloxane, en même temps que le résidu de cyanhydrate d'ammoniaque remplacerait les O^2 sous forme d'eau,

$$C^8 O^6 Az^2 H^2 . O^2 + Cy\,Az H^4 = H^2 O^2 + C^8 O^6 Az^2 H^2 . Cy\,Az H^2.$$

Nous étions guidés dans le choix de ce réactif par les propriétés de l'alloxane qui sont de céder facilement 2 atomes d'oxygène (alloxantine, acide dialurique) et de transformer sous l'influence de l'ammoniaque libre en acide mécomélique en abandonnant 2 équivalents d'eau,

$$C^8 O^8 Az^2 H^2 + 2 Az H^3 = 2 H^2 O^2 + C^8 O^4 Az^4 H^4.$$

Mais l'expérience n'a pas répondu à notre attente basée sur ces considérations, au moins dans les circonstances dans lesquelles nous nous sommes placés; au lieu d'acide urique, nous avons obtenu un corps d'une nature, à ce qu'il semble, très-complexe et dont la composition ne peut être établie avec certitude, d'après les réactions que nous avons eu l'occasion d'étudier jusqu'à présent; nous en donnons plus bas la formule qui correspond le mieux avec les résultats de nos analyses; nous ferons observer toutefois que la vraie composition de corps aussi compliqués ne peut pas être établie avec certitude, avant qu'une étude détaillée d'un assez grand nombre de réactions n'ait convaincu que sa formule ne peut être simplifiée.

» Une dissolution d'alloxane versée par petites portions dans une solution de cyanhydrate d'ammoniaque donne presque immédiatement lieu à la formation d'un précipité blanc et abondant, lequel, vu au microscope, se présente sous la forme de très-petits cristaux enchevêtrés les uns dans les autres; le précipité est insoluble dans l'eau froide, se décompose presque complétement dans l'eau bouillante, et ne cristallise de nouveau qu'en quantités très-minimes sous forme d'une poudre douée d'un éclat satineux. La potasse et l'ammoniaque dissolvent facilement ce corps, mais de cette dissolution on ne peut plus régénérer le précipité.

» Trituré avec de la chaux éteinte, il dégage une assez grande quantité

d'ammoniaque. L'analyse élémentaire nous a fourni les résultats suivants, correspondant à la formule $C^{30} H^{26} Az^{14} O^{30}$:

	I.	II.	III.	IV.	Calcul.
C =	27,68	27,48	27,26	27,00	28,05
H =	4,37	4,13	4,01	3,96	4,05
Az =	30,29	30,08	»	»	30,52
O =	»	»	»	»	37,38
					100,00

» Bouilli avec une dissolution de potasse caustique jusqu'à expulsion complète d'ammoniaque, le précipité donne naissance à de l'oxalate. Deux déterminations quantitatives nous ont montré que 100 parties du précipité contiennent 17,5 pour 100 de carbone qui se transforme, dans les conditions mentionnées, en oxalate, ce qui est les $\frac{2}{3}$ du carbone total du précipité. Comme l'alloxane, dans les mêmes circonstances, ne donne pas d'acide oxalique, il est plus que probable que le précipité contient le groupe oxalique : aussi le nommons-nous *oxalane*.

» Si on représente l'alloxane comme un amide dérivant des acides carbonique et mésoxalique, on peut exprimer l'oxalane comme un amide analogue contenant outre les groupes carbonique et mésoxalique, encore le groupe oxalique :

$$\text{Alloxane} = Az^2 \left\{ \begin{array}{l} C^6 O^6 \\ C^2 O^2 \\ H^2 \end{array} \right. \qquad \text{Oxalane} = Az^{14} \left\{ \begin{array}{l} (C^6 O^6)^2 \\ (C^4 O^2)^3 \\ (C^2 O^4)^3 \\ H^{26} \end{array} \right.$$

» Nous ne nous hasardons pas, d'après ces données, d'expliquer la réaction qui a lieu entre l'alloxane et le cyanhydrate d'ammoniaque; seulement il nous semble que ce dernier corps n'a agi que par son ammoniaque, car le rapport du carbone et de l'oxygène est resté le même que dans l'alloxane : pour savoir combien l'oxalane contient d'ammoniaque à l'état salin, nous l'avons traité par l'acide sulfurique concentré, lequel se dissout complétement; et en ajoutant une grande quantité d'eau, il se forme un précipité d'un éclat soyeux, qui rappelle l'acide urique dans les mêmes circonstances.

» Ce précipité se dissout à chaud dans une très-grande quantité d'eau, et

se précipite de nouveau par le refroidissement; l'analyse de ce corps a donné les résultats suivants, qui correspondent à la formule $C^{22}H^{18}Az^{12}O^{26}$:

	I.	II.	III.	Calcul.
C =	25,25	25,67	24,81	25,09
H =	3,60	3,77	3,66	3,42
Az =	31,8	31,3	»	31,93
O =	»	»	»	39,55
				100,00

» Cette formule nous démontre que dans l'oxalane il n'y a tout au plus que 2 équivalents d'azote sous forme d'ammoniaque, tandis que le reste y est probablement sous forme d'amide.

» Les eaux mères de l'acide sulfurique étendu, desquelles s'est précipité le corps, déposaient après quelque temps de grands cristaux prismatiques incolores, la quantité en est toujours relativement très-petite. L'analyse a donné pour leur composition des nombres correspondant à la formule $C^{16}H^{10}Az^{4}O^{18}$:

		Calcul.
C =	30,9	31,37
H =	3,27	3,26
Az =	17,15	17,11
O =	»	48,26
		100,00

On voit que cette substance présente la composition de l'acide dialurique plus 3 équivalents d'eau, mais les propriétés en diffèrent complétement.

» En faisant bouillir le précipité $C^{22}H^{18}Az^{12}O^{26}$ avec de la potasse caustique, on trouve que sur 22 équivalents de carbone, 16 donnent lieu à la formation d'acide oxalique. Remarquons encore qu'il y a une certaine relation entre le carbone et l'azote de ce dernier corps, et ceux de l'oxalane; en effet,

$$2 \times 30 = 2 \times 22 + 16,$$
$$2 \times 14 = 2 \times 12 + 4.$$

» En faisant bouillir longtemps l'oxalane avec une grande quantité d'eau, on parvient enfin à le dissoudre; la liqueur évaporée donne une masse

cristalline présentant une réaction acide; on la redissout dans de l'eau chaude et l'on recueille ce qui cristallise en premier lieu. Une étude complète de ces derniers cristaux nous a montré qu'ils ne sont que de l'oxalurate d'ammoniaque, tandis que les eaux mères contiennent de l'oxalate d'ammoniaque neutre et acide (*). »

M. **Dumas** communique l'extrait suivant d'une Lettre de *M. Loutsoudie*.

« Le sulfure de carbone est employé comme dissolvant pour l'extraction et la purification de différents carbures; et, grâce à sa grande volatilité, il n'y laisse aucune trace d'odeur ni de saveur. J'ai pensé que l'on pourrait mettre à profit ses propriétés pour l'extraction directe des huiles d'olive ou pour leur purification. J'ai la satisfaction de vous annoncer qu'après des expériences plusieurs fois répétées, je suis arrivé à un bon résultat. En me servant du sulfure de carbone, purifié préalablement par l'acétate de plomb, j'ai purifié de l'huile d'olive. L'huile ainsi purifiée possède une couleur franche et sa saveur ordinaire. »

M. **Collet** adresse une Note sur quelques expériences qu'il a faites et d'après lesquelles il suppose que, dans certains cas, on distingue mieux la forme des objets éloignés en les voyant par réflexion dans un *miroir plan* qu'en les regardant directement.

M. Babinet est invité à prendre connaissance de cette Note et à faire savoir à l'Académie si elle est de nature à être renvoyée à l'examen d'une Commission.

M. **Latouche** adresse une Notice sur un procédé qu'il a imaginé pour la mise à l'eau des grands navires.

M. Duperrey est invité à prendre connaissance de cette Note et à faire savoir à l'Académie si elle est de nature à devenir l'objet d'un Rapport.

(*) $\underbrace{C^{30}H^{26}Az^{14}O^{30}}_{\text{Oxalane.}} + 13\,H^2O^2 = \underbrace{C^6O^8Az^2H^4AzH^3}_{\text{Oxalurate d'amm.}} + 5\,\underbrace{C^4O^8H^2Az^2H^5}_{\text{Oxalurate neutre.}} + \underbrace{C^4O^8H^2AzH^3}_{\text{Oxalate acide.}}$

Cette méthode de préparer l'acide oxalurique nous semble préférable à l'ancienne.

M. E. **Trouillet**, qui avait précédemment présenté une Note sur un nouveau procédé pour la culture de la vigne, prie l'Académie de vouloir bien hâter le travail de la Commission à l'examen de laquelle cette Note a été renvoyée.

(Commissaires précédemment nommés : MM. Boussingault, Decaisne, Peligot.)

M. **Poulet** adresse une Lettre relative à sa Note du 28 décembre dernier concernant un procédé pour assurer une abondante récolte de fruits.

(Renvoi aux Commissaires déjà nommés : MM. Brongniart, Decaisne.)

A 5 heures l'Académie se forme en comité secret.

La séance est levée à 5 heures trois quarts. F.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu, dans la séance du 11 janvier 1858, les ouvrages dont les titres suivent :

Le Jardin fruitier du Muséum; par M. J. DECAISNE; 12e livraison; in-4°.

Traité d'électricité théorique et appliquée; par M. A. DE LA RIVE; t. III. Paris, 1858; in-8°.

Principes de mécanique animale, ou Étude de la locomotion chez l'homme et les animaux vertébrés; par M. Félix GIRAUD-TEULON. Paris, 1858; 1 vol. in-8°. (Adressé au concours Montyon, Médecine et Chirurgie.)

Monographie du tabac, comprenant l'historique, les propriétés thérapeutiques, physiologiques et toxicologiques du tabac; par M. Ch. FERMOND. Paris, 1857; 1 vol. in-8°.

Rapport sur les travaux de la Faculté des Sciences de Montpellier pendant l'année scolaire 1856-1857; *par* M. Paul GERVAIS. Montpellier, 1857; 1 feuille in-8°.

Traitement médical des affections calculeuses. Note dédiée à la Faculté de Médecine de Paris; par M. Hippolyte LANDOIS. Paris, 1857; br. in-8°.

Mémoires de la Société impériale d'Emulation d'Abbeville, 1852-1857. Abbeville, 1857; 1 vol. in-8°.

Calcoli... *Calculs et observations servant de base à la découverte d'un moyen pour l'impulsion et la direction des aérostats; par* M. C. CONTANA; brochure in-8°.

Magnetische... *Observations météorologiques et magnétiques faites à l'observatoire de Prague, du* 1er *janvier au* 31 *décembre* 1856; 17e année. Prague, 1857; in-4°.

Vier und... *Trente-quatrième Rapport annuel de la Société patriotique de Silésie pour l'année* 1856. Breslau; in-4°.

Grundzüge... *Esquisse d'une climatologie de la Silésie, publiée sous les auspices de la Société de Silésie; par* M. le Dr J.-G. GALLE. Breslau, 1857; in-4°.

ERRATA.

(Séance du 4 janvier.)

Page 58, troisième ligne en remontant, *au lieu* du paragraphe qui commence à cette ligne et de celui qui s'y rattache, page 59, *lisez* ce qui suit :

L'Académie reçoit un Mémoire écrit en allemand et en français, et ayant pour titre: « Recherches sur la germination des champignons ». Ce travail, qui est considérable et accompagné de planches nombreuses, est destiné au concours pour le grand prix de Sciences physiques de 1857, et porte pour épigraphe : *In parvis copia.* Comme le manuscrit était arrivé avant le 31 décembre 1857, jour de la clôture du concours, il eût été réservé pour l'examen de la Commission chargée de décerner le prix ; mais par une Note placée en tête de la première feuille l'auteur demande que son Mémoire, s'il n'obtient pas le prix, lui soit renvoyé au nom et à l'adresse indiqués dans le pli cacheté annexé à son Mémoire ; or, d'après un des articles du Règlement de l'Académie, toutes les pièces qui ont été jugées par une Commission doivent rester dans les archives et les auteurs sont seulement autorisés, s'ils le demandent, à en faire prendre copie. L'auteur du Mémoire en question sera donc averti par le présent acticle qu'il doit se conformer à cette condition ou renoncer à concourir.